ගණිතය

10 ශ්‍රේණිය

I කොටස

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පළමුවන මුද්‍රණය 2014
දෙවන මුද්‍රණය 2015
තුන්වන මුද්‍රණය 2016
හතරවන මුද්‍රණය 2017
පස්වන මුද්‍රණය 2018
හයවන මුද්‍රණය 2019
හත්වන මුද්‍රණය 2020

ISBN 978-955-25-0382-5

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
පානළුව, පාදුක්ක පිහිටි රජයේ මුද්‍රණ නීතිගත සංස්ථාවේ
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත් කරන ලදි.

Published by: Educational Publications Department
Printed by: State Printing Corporation, Panaluwa, Padukka.

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය

ශ්‍රී ලංකා මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා
ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා
අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා
පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා
නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
ඔබ වේ අප විද්‍යා ඔබ ම ය අප සත්‍යා
ඔබ වේ අප ශක්ති අප හද තුළ භක්ති
ඔබ අප ආලෝකේ අපගේ අනුප්‍රාණේ
ඔබ අප ජීවන වේ අප මුක්තිය ඔබ වේ
නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා
ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා
එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා
යමු යමු වී නොපමා
ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

පෙරවදන

ලෝකය දිනෙන් දින සංවර්ධනය කරා පියමනින විට අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රය ද සැමවිටම අලුත් වෙයි. එබැවින් අනාගත අභියෝග සඳහා සාර්ථක ලෙස මුහුණ දිය හැකි ශිෂ්‍ය ප්‍රජාවක් බිහිකරලීමට නම් අපගේ ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය ද නිරතුරුව සාධනීය ප්‍රවේශ වෙත ළඟාවිය යුතු ය. එයට සවියක් වෙමින් නවලොව දැනුම සමීප කරන අතරම, යහගුණයෙන් පිරිපුන් විශ්වීය පුරවැසියන් නිර්මාණය කිරීමට සහයවීම අපගේ වගකීම වේ. ඉගෙනුම් ආධාරක සම්පාදන කාර්යයෙහි සක්‍රිය ලෙස ව්‍යාවෘත වෙමින් අප දෙපාර්තමේන්තුව ඒ සඳහා දායක වනුයේ දැයේ දරුවන්ගේ නැණ පහන් දල්වාලීමේ උතුම් අදිටනෙනි.

පෙළපොතක් යනු දැනුම පිරි ගබඩාවකි. එය විටෙක අප වින්දනාත්මක ලොවකට කැඳවාගෙන යන අතරම තර්ක බුද්ධිය ද වඩවාලයි. සැඟවුණු විභව්‍යතා විකසිත කරවයි. අනාගතයේ දිනෙක, මේ පෙළපොත් හා සබැඳි ඇතැම් මතක, ඔබට සුවයක් ගෙන දෙනු ඇත. මේ අනගි ඉගෙනුම් උපකරණයෙන් ඔබ නිසි පල ලබාගන්නා අතරම තව තවත් යහපත් දැනුම් අවකාශ වෙත සමීප වීම ද අනිවාර්යයෙන් සිදු කළ යුතු ය. නිදහස් අධ්‍යාපනයේ මහරු තිළිණයක් ලෙස නොමිලේ මේ පොත ඔබේ දෝතට පිරිනැමේ. පාඨ ග්‍රන්ථ වෙනුවෙන් රජය වැය කර ඇති සුවිසල් ධනස්කන්ධයට අගයක් ලබා දිය හැක්කේ ඔබට පමණි. මෙම පෙළපොත හොඳින් පරිශීලනය කර නැණ ගුණ පිරි පුරවැසියන් වී හෙට ලොව එළිය කරන්නට ඔබ සැමට දිරිය සවිය ලැබෙන්නැයි සුබ පතමි.

මෙම පෙළපොත් සම්පාදන සත්කාර්යය වෙනුවෙන් අප්‍රමාණ වූ දායකත්වයක් සැපයූ ලේඛක, සංස්කාරක හා ඇගයුම් මණ්ඩල සාමාජික පිරිවරටත් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ කාර්ය මණ්ඩලයටත් මාගේ ප්‍රණාමය පළකරමි.

ඩබ්ලිව්. එම්. ජයන්ත වික්‍රමනායක,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්,
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව,
ඉසුරුපාය,
බත්තරමුල්ල.
2020. 05. 26

නියාමනය හා අධීක්ෂණය

ඩබ්ලිව්.එම්. ජයන්ත වික්‍රමනායක මයා	-	අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම

ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි මිය	-	අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් (සංවර්ධන) අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය

තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ මිය	-	සහකාර කොමසාරිස් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
චන්දිමා කුමාරි ද සොයිසා මිය	-	නියෝජ්‍ය කොමසාරිස් (2019 නැවත මුද්‍රණය) අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

අවසාන ඇගයීම

මහාචාර්ය එස්. කුලතුංග මයා	-	පීඨාධිපති, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය

සංස්කාරක මණ්ඩලය

ආචාර්ය ඩී.කේ. මල්ලව ආරච්චි මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය රොමේන් ජයවර්ධන මිය	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
ඩබ්ලිව්.එම්. ප්‍රඥාදර්ශන මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
බී.ඩී. චිත්තානන්ද බියන්විල මයා	-	අධ්‍යක්ෂ, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
ජී.පී.එච්. ජගත් කුමාර මයා	-	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	-	කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ මිය	-	සහකාර කොමසාරිස්, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය

හේමමාලි වීරකෝන් මිය	-	කථිකාචාර්ය, පස්දුන්රට ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය
එච්.එම්.ඒ. ජයසේන මයා	-	ගුරු උපදේශක, (විශ්‍රාමික)
වයි.වී.ආර්. විතාරම මයා	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, දෙහිඕවිට
අජිත් රණසිංහ මයා	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, හෝමාගම
අනුර ඩී. වීරසිංහ මයා	-	ගුරු උපදේශක, (පිරිවෙන්), මාතර දිස්ත්‍රික්කය
ඩබ්ලිව්.එම්.ඩී. ලාල් විජේකාන්ත මයා	-	ගුරු සේවය, ශාන්ත තෝමස් විද්‍යාලය, ගල්කිස්ස
එච්. ප්‍රියන්ත ධර්මරත්න මයා	-	ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක බාලිකා විදුහල
රංජනී ද සිල්වා මිය	-	ගුරු සේවය, ධර්මපාල විද්‍යාලය, පන්නිපිටිය
අයි. එන්. වාගීෂමූර්ති මයා	-	අධ්‍යක්ෂ, (විශ්‍රාමික)
ආර්. එස්. ඊ. පුෂ්පරාජන් මයා	-	සහකාර අධ්‍යක්ෂ, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, පුත්තලම
කේ. කරුණේෂ්වරන් මයා	-	ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, කොළඹ

භාෂා සංස්කරණය

හරින්ද්‍ර බී. දසනායක මයා	-	අධ්‍යක්ෂ, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව
ජයත් පියදසුන් මයා	-	සංස්කාරක, නමස්කාර සඟරාව, ලේක්හවුස්

සෝදුපත් කියවීම

ඩී. යූ. ශ්‍රීකාන්ත එදිරිසිංහ මයා	-	ගුරු සේවය, ගොඩගම සුභාරතී මහාමාත්‍ය මහා විද්‍යාලය

රූපසටහන්, පිටකවර නිර්මාණය හා පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය

ආර්. ඩී. තිළිණි සෙව්වන්දි මෙය	-	පරිගණක සහයක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
බී. ටී. චතුරාණි පෙරේරා මිය	-	පරිගණක සහයක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්පාදක මණ්ඩල සටහන

2015 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන නව විෂය නිර්දේශයට අනුකූලව මෙම පෙළපොත රචනා කර ඇත.

පෙළපොත සම්පාදනය කෙරෙන්නේ සිසුන් වෙනුවෙනි. එබැවින්, ඔබට තනිව කියවා වුව ද තේරුම් ගත හැකි පරිදි සරල ව සහ විස්තරාත්මක ව එය රචනා කිරීමට උත්සාහ ගත්තෙමු.

විෂය සංකල්ප ආකර්ශනීය අන්දමින් ඉදිරිපත් කිරීම සහ තහවුරු කිරීම සඳහා, විස්තර කිරීම්, ක්‍රියාකාරකම්, සහ නිදසුන් වැනි විවිධ ක්‍රම අනුගමනය කළෙමු. තව ද, අභ්‍යාස කිරීමේ රුචිකත්වය වර්ධනය වන පරිදි ඒවා සරල සිට සංකීර්ණ දක්වා අනුපිළිවෙළින් පෙළ ගස්වා තිබේ.

ගණිත විෂයයට අදාළ සංකල්ප දැක්වෙන පද, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව සම්පාදනය කරන ගණිතය පාරිභාෂික පදමාලාවට අනුකූලව භාවිත කළෙමු.

විෂය නිර්දේශයේ 10 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් ඉගෙන ගැනීමට මින් පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් යම් යම් විෂය කරුණු අවශ්‍ය වේ. එබැවින් එම පෙර දැනුම සිහි කිරීම පිණිස පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස සෑම පරිච්ඡේදයකම ආරම්භයේ දැක්වෙයි. ඒවා මගින් 10 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් සඳහා ඔබව සූදානම් කෙරෙනු ඇත.

පන්තියේ දී ගුරුවරයා විසින් ඉගැන්වීමට පෙර, ඔබ මේ පරිච්ඡේද කියවීමෙන් සහ ඒ ඒ පර්ච්ඡේදයේ එන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස කිරීමෙන්, මේ පොත භාවිතයෙන් උපරිම ඵල ලැබිය හැකි ය.

ගණිත අධ්‍යාපනය ප්‍රීතිමත් සහ ඵලදායක වන්නැයි අපි ප්‍රාර්ථනා කරමු.

සම්පාදක මණ්ඩලය

පටුන

පිටුව

1 පරිමිතිය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

තල රූපවල පරිමිතිය

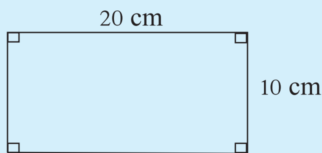
සෘජුකෝණාස්‍රය, සමචතුරස්‍රය, ත්‍රිකෝණය සහ වෘත්තය යන තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම පිළිබඳ ව මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ හදාරා ඇත. ඒ පිළිබඳ ව කරුණු සාරාංශ කර මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

තල රූපය		පරිමිතිය
සෘජුකෝණාස්‍රය	(පළල, දිග)	2 (දිග + පළල)
සමචතුරස්‍රය		4 × පැත්තක දිග
ත්‍රිකෝණය		පාද තුනේ දිගෙහි එකතුව
වෘත්තය	(අරය)	2π × අරය

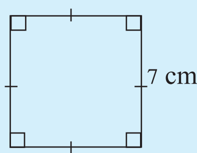
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

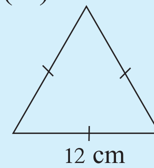
(i)



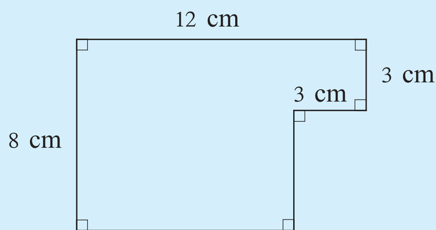
(ii)



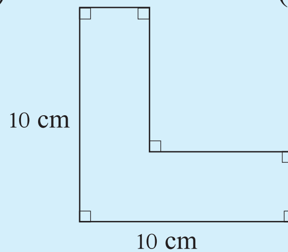
(iii)



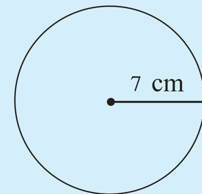
(iv)



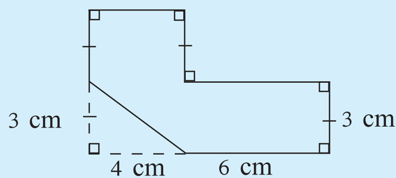
(v)



(vi)

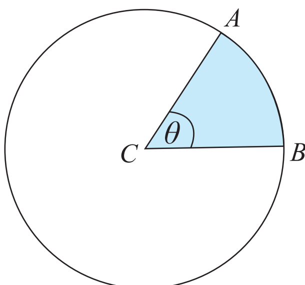


2. පහත දැක්වෙන රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.



මූලික තල රූපවල පරිමිතිය මෙන්ම සංයුක්ත තල රූපවල පරිමිතිය සෙවීම පිළිබඳ කරුණු ඉහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය මගින් ඔබේ මතකයට නැගෙන්නට ඇත. දැන්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල පරිමිතිය පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

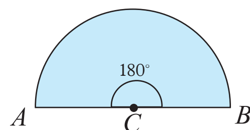
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය



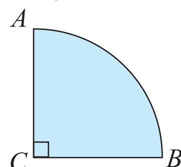
මෙම රූපයේ අඳුරු කොට ඇත්තේ කේන්ද්‍රය C වූ වෘත්තයක අර දෙකකින් හා පරිධියේ කොටසකින් මායිම් වූ පෙදෙසකි. එවැනි පෙදෙසකට **කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක්** යැයි කියනු ලැබේ. අර දෙක අතර කෝණය වන θ $(A\hat{C}B)$ට **කේන්ද්‍ර කෝණය** යැයි කියනු ලැබේ.

මෙම කේන්ද්‍ර කෝණය 0° සිට 360° තෙක් වූ ඕනෑම අගයක් විය හැකි ය.

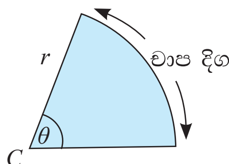
- කේන්ද්‍ර කෝණය 180° වූ විට ලැබෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වන්නේ අර්ධ වෘත්තයකි.



- කේන්ද්‍ර කෝණය 90° වූ විට ලැබෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් හතරෙන් එක් පංගුවකි.



1.1 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සෙවීම

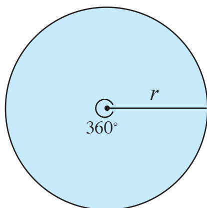


රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය r වන වෘත්තයකින් වෙන්කර ගන්නා ලද කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකි. මෙවැනි කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකට කේන්ද්‍ර කෝණය θ හා අරය r වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් යැයි කියනු ලැබේ. මෙහි චාප දිග සොයන ආකාරය දැන් විමසා බලමු. මේ සඳහා සූදානමක් ලෙස අරය r වන අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග සොයමු.

අරය r වන වෘත්තයක පරිධිය (එනම් පරිමිතිය) $2\pi r$ බව අපි දනිමු.
එබැවින්, සමමිතිය අනුව, අරය r වන අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග වන්නේ

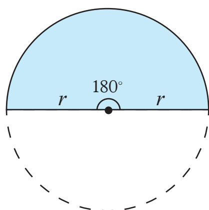
$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r \quad \text{ය.}$$

මෙහි දී $2\pi r$ හි අගය 2න් බෙදා πr ලෙස අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග සෙවීමට හේතු වූයේ සමමිතිය යි. පහත විස්තර කෙරී ඇති පරිදි හේතු දැක්වීමෙන් ද එම πr අගය ලබා ගත හැකි ය.
මුලින්ම, අරය r වූ වෘත්තයක් හා අර්ධ වෘත්තයක් සලකමු.



වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රය වටා කෝණය 360°කි. එම කෝණයට අනුරූප වෘත්තයේ චාප දිග වන්නේ පරිධිය වන $2\pi r$ ය.

දැන් අර්ධ වෘත්තය සලකමු.



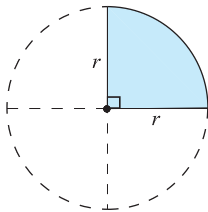
අර්ධ වෘත්තයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 180°කි. එය 360°න් $\frac{1}{2}$ කි. එම නිසා, අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග, වෘත්තයේ චාප දිගින් $\frac{1}{2}$ ක් විය යුතු ය.

එනම්, එය $2\pi r \times \frac{1}{2} = \pi r$ විය යුතුය.

වඩාත් විස්තරාත්මක ව ලියූ විට,

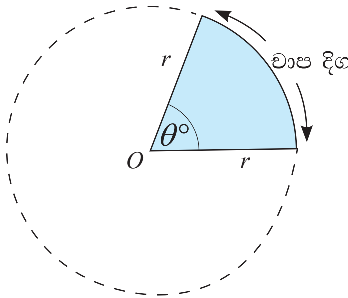
$$\text{අර්ධ වෘත්තයේ චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{180}{360}$$
$$= 2\pi r \times \frac{1}{2}$$
$$= \pi r$$

මෙලෙසම, වෘත්තයෙන් $\frac{1}{4}$ ක් වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක කේන්ද්‍ර කෝණය 90° නිසා,



$$\text{වෘත්තයෙන් } \frac{1}{4} \text{ ක් වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග} = 2\pi r \times \frac{90}{360}$$
$$= 2\pi r \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{\pi r}{2}$$

මේ ආකාරයට හේතු දැක්වීමෙන්, අරය r වන වෘත්තයක, කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සඳහා ප්‍රකාශනයක් මෙසේ ලබා ගත හැකි ය.



වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\pi r$

චාප දිග = වෘත්තයේ පරිධියෙන් $\frac{\theta}{360}$

$$\therefore \text{ චාප දිග } = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සෙවීම පිළිබඳ අදහස තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත වගුව අධ්‍යයනය කරන්න.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	චාප කොටසේ දිග පරිධියෙන් භාගයක් ලෙස (රූපය ඇසුරෙන්)	කේන්ද්‍ර කෝණය	කේන්ද්‍ර කෝණය මුළු කෝණයෙන් භාගයක් ලෙස
(a) 180°	$\frac{1}{2}$	180°	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$
(b)	$\frac{1}{4}$	90°	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$
(c) 120° 120° 120°	$\frac{1}{3}$	120°	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$
(d) 270°	$\frac{3}{4}$	270°	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$
(e) $\theta°$	$\frac{\theta}{360}$	$\theta°$	$\frac{\theta}{360}$

වගුවේ 1 හා 2 තීර බලන්න. යම් චාප කොටසක දිග, වෘත්තයේ පරිධියෙන් කවර භාගයක් දැයි රූපයෙන් හඳුනාගත හැකි විට එම චාප කොටසේ දිග පහසුවෙන් සොයා ගත හැකි ය. ඇත්ත වශයෙන් ම මෙම භාගය වන්නේ, කේන්ද්‍ර කෝණය අංශකවලින් දී ඇති විට

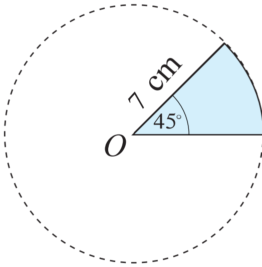
$$\frac{\text{කේන්ද්‍ර කෝණය}}{360}$$

බව අවසාන තීරය අනුව පෙනී යයි. මේ අනුව කේන්ද්‍ර කෝණය $\theta°$ හා අරය r වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග $2\pi r \times \frac{\theta}{360}$ මගින් ලැබෙන බව තවදුරටත් ඔබට පැහැදිලි වන්නට ඇත.

දැන් අපි නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

මෙම පාඩමෙහි අඩංගු නිදසුන් හා අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1



(i) රූපයේ අඳුරු කොට දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග වෘත්තයේ පරිධියෙන් කවර භාගයක් ද?

(ii) එම චාප දිග සොයන්න.

(i) $\frac{45}{360} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$

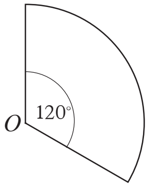
(ii) චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{1}{8}$

$= \cancel{2}^{1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_{1}} \times \cancel{7}_{1} \times \frac{1}{\cancel{8}_{\cancel{4}_{2}}}$

$= 5.5$

එනම්, චාප දිග 5.5 cm වේ.

නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි චාප දිග සෙන්ටිමීටර 44කි. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය අයත් වන වෘත්තයේ අරය (එනම්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය) සොයන්න.

වෘත්තයේ අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

චාප දිග $= 2\pi r$ න් $\frac{120}{360}$

$\therefore \quad 44 = 2\pi r \times \frac{120}{360}$

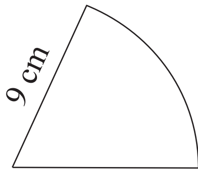
$44 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{\cancel{120}^{1}}{\cancel{360}_{3}}$

$\therefore \quad r = \frac{\cancel{44}^{\cancel{2}^{1}} \times 3 \times 7}{\cancel{2}_{1} \times \cancel{22}_{1}}$

$r = 21$

$\therefore$ වෘත්තයේ අරය 21 cm වේ.

නිදසුන 3



රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි චාප දිග සෙන්ටිමීටර 11කි. මෙම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි, කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

කේන්ද්‍ර කෝණය θ° යැයි ගනිමු.

එවිට, චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$

$$\therefore 11 = 2 \times \frac{22}{7} \times 9 \times \frac{\theta}{360}$$

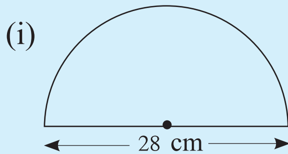
$$\theta = \frac{11 \times 360 \times 7}{2 \times 22 \times 9}$$

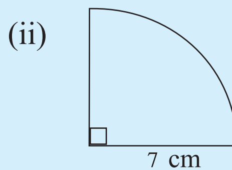
$$\theta = 70$$

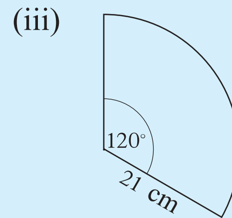
$\therefore$ කේන්ද්‍ර කෝණය 70° වේ.

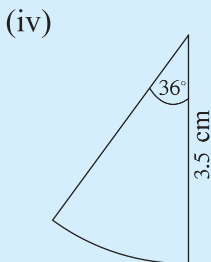
1.1 අභ්‍යාසය

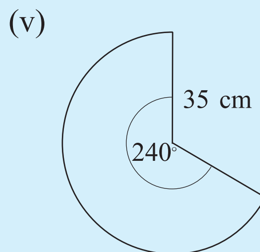
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප කොටසේ දිග සොයන්න.

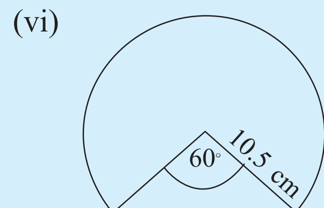
(i)


(ii)


(iii)


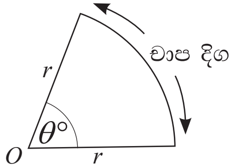
(iv)


(v)


(vi)


1.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීම

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක චාප දිග සෙවූ පසු කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය සෙවීම පහසු ය. ඒ සඳහා කළ යුත්තේ, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය මායිම් වන අර දෙකේ දිගත් චාප දිගත් එකතු කිරීම ය. එනම්,

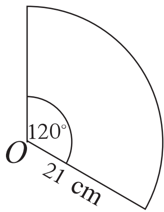


කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය = චාප දිග + අරය + අරය
= චාප දිග + 2 × අරය

මේ අනුව, අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය $\theta°$ වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක,

$$\textbf{පරිමිතිය} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360} + 2r$$

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍ර කෝණය 120°ක් සහ අරය සෙන්ටිමීටර 21ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකි. එහි පරිමිතිය සොයන්න.

චාප දිග $= 2\pi r \times \frac{120}{360}$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times \frac{120}{360}$

$= 44$

එනම්, චාප දිග 44 cm වේ.

∴ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය $= 44 + 2 \times 21$

$= \underline{\underline{86 \text{ cm}}}$

නිදසුන 2

වෘත්තයකින් $\frac{2}{3}$ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සෙන්ටිමීටර 260කි. එහි අරය සොයන්න.

වෘත්තයේ අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

$$\text{චාප කොටසේ දිග} = 2\pi r \times \frac{2}{3}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{88r}{21}$$

$$\text{කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය} = \frac{88r}{21} + 2r$$

$$\therefore \frac{88r}{21} + 2r = 260$$

$$\therefore 88r + 42r = 260 \times 21$$

$$\therefore 130r = 260 \times 21$$

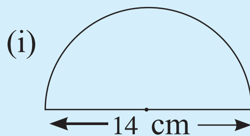
$$r = \frac{\overset{2}{\cancel{260}} \times 21}{\underset{1}{\cancel{130}}}$$

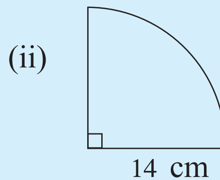
$$= 42$$

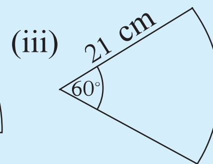
$\therefore$ වෘත්තයේ අරය 42 cm වේ.

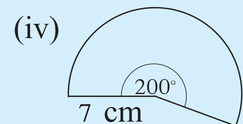
1.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය සොයන්න.

(i) 

(ii) 

(iii) 

(iv) 

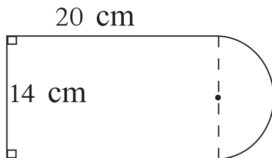
2. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක,
   (i) කේන්ද්‍ර කෝණය 180° සහ පරිමිතිය 180 cm වන විට
   (ii) කේන්ද්‍ර කෝණය 120° සහ පරිමිතිය 43 cm වන විට
   එහි අරය සොයන්න.

3. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක,
   (i) පරිමිතිය 64 cm හා අරය 21 cm වන විට
   (ii) පරිමිතිය 53 cm හා අරය 21 cm වන විට
   එහි කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.

1.3 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූපවල පරිමිතිය

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සහිත තල රූපවල පරිමිතිය සොයන අයුරු නිදසුන් කීපයක් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන්නේ දිග සෙන්ටිමීටර 20 හා පළල සෙන්ටිමීටර 14 වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකට අර්ධ වෘත්තයක් සම්බන්ධ කර ඇති අයුරුයි. එම රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

අරය r වූ අර්ධ වෘත්තයක චාප දිග $= \frac{1}{2} \times 2\pi r$

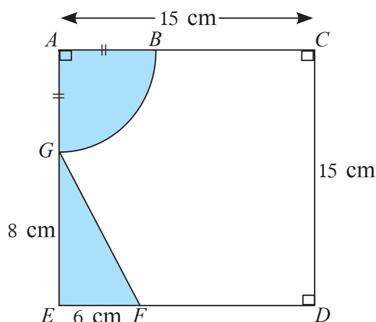
අරය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තයේ චාප කොටසේ දිග $= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

$= 22$ cm

$\therefore$ රූපයේ පරිමිතිය $= 20 + 20 + 14 + 22$

$= \underline{\underline{76 \text{ cm}}}$

නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන්නේ පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර 15ක් වූ සමචතුරස්‍රාකාර තහඩුවකි. එහි අඳුරු කර ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය (AGB) හා ත්‍රිකෝණාකාර කොටස (GEF) කපා ඉවත් කළහොත් ඉතිරි වන තහඩුවේ ($BCDFG$) පරිමිතිය සොයන්න.

$BCDFG$ හි පරිමිතිය වන්නේ $BC + CD + DF + FG + GB$ චාප දිග

මුලින් ම FG හි අගය ගණනය කරමු.

ඒ සඳහා GEF සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$FG^2 = 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$
$$\therefore FG = \sqrt{100}$$
$$= 10 \text{ cm}$$

මීළඟට GB චාප දිග සොයමු.
ABG කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 90° නිසා

$$GB = {}^{1}\cancel{2} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_{1}} \times {}^{1}\cancel{7} \times \frac{{}^{1}\cancel{90}}{\cancel{360}_{\cancel{4}\,\cancel{2}\,1}}$$

$$GB = 11 \text{ cm}$$

අවසාන වශයෙන්, BC හා DF දිග සොයමු.

$BC = 15 - 7$
$= 8$ cm
$DF = 15 - 6$
$= 9$ cm

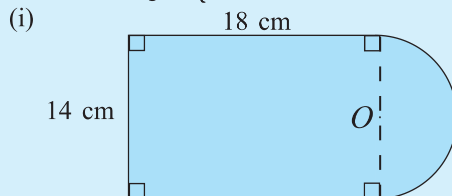
$BCDFG$ පරිමිතිය $= BC + CD + DF + FG + GB$ චාප දිග
$= 8 + 15 + 9 + 10 + 11$ cm
$= 53$ cm

$\therefore$ ඉතිරිවන තහඩුවේ පරිමිතිය 53 cm වේ.

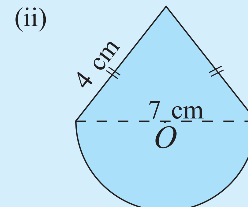
1.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපයේ පරිමිතිය සොයන්න. O වලින් එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍රය දැක්වේ.

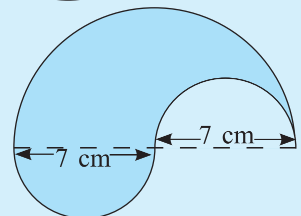
(i)



(ii)

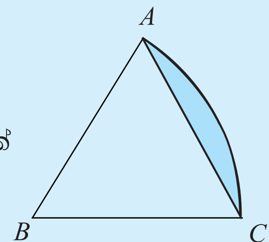


2. අරය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවකින් විෂ්කම්භය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් කපා, එම කොටස රූපයේ පරිදි පාස්සා ඇත.



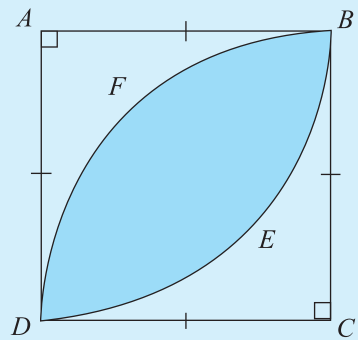
(i) අරය 7 cm වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.
(ii) විෂ්කම්භය 7 cm වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.
(iii) අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

3. පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර 7 වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණය, එහි පාදයක දිගට සමාන අරයකින් යුත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් තුළ ඇඳ ඇති අයුරු රූපයේ දැක්වේ.

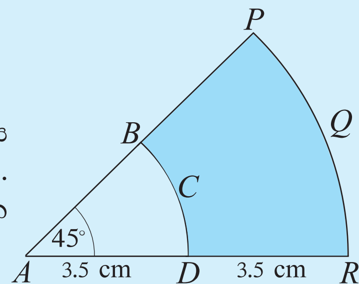


(i) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ චාප දිග සොයන්න.
(ii) අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABED$ හා $CDFB$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකකි. $AB = 10.5$ cm නම්, දී ඇති දත්ත යොදා ගනිමින් අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

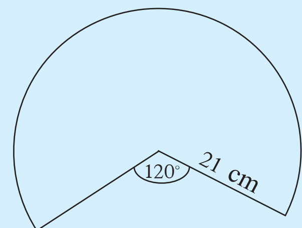


5. කේන්ද්‍රය A ද අරය AD ද වූ සහ කේන්ද්‍රය A ද අරය AR ද වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් රූපයේ දැක්වේ. $APQR$ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ පරිමිතිය අඳුරු කරන ලද කොටසේ පරිමිතියට වඩා කොපමණ වැඩි ද?

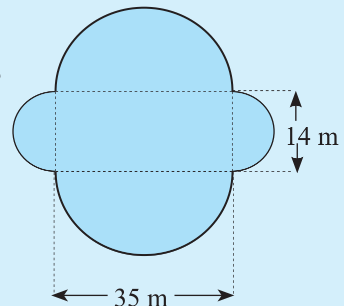


මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

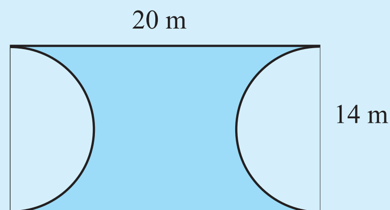
1. අරය 21 cm වූ වෘත්තාකාර තහඩුවකින් රූපයේ පරිදි කේන්ද්‍ර කෝණය 120°ක් වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් කපා ඉවත් කර ඇත. තහඩුවේ ඉතිරි කොටසේ පරිමිතිය 130 cm බව පෙන්වන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන්නේ අර්ධ වෘත්තාකාර මායිම් සහිත පොකුණකි. පොකුණ වටා එහි මායිම ඔස්සේ ආරක්ෂිත වැටක් සැකසීමට නියමිත ය. දී ඇති දත්ත භාවිතයෙන්
   (i) පොකුණෙහි පරිමිතිය සොයන්න.
   (ii) වැටෙහි මීටර 1ක දිගක් නිම කිරීම සඳහා රු 5000ක් වැයවේ යැයි ඇස්තමේන්තු කර ඇත. මුළු වැටම සකසා නිම කිරීමට කොපමණ මුදලක් වැයවේ ද?



3. දෙකෙළවර අර්ධ වෘත්තාකාර මල් පාත්ති දෙකක් සහිත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ඉඩමක් රූපයේ දැක්වේ. අඳුරු කර ඇති කොටසේ තණකොළ වවා ඇත.

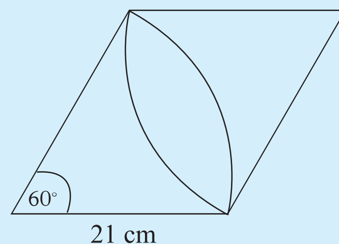


(i) තණකොළ වවා ඇති කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

තණකොළ වවා ඇති කොටස වටා ගඩොල් ඇල්ලීමට තීරණය කෙරේ. ගඩොලක දිග 25 cm වේ.

(ii) අවශ්‍ය අවම ගඩොල් ගණන සොයන්න.

4. ජනේලයකට සවි කිරීම සඳහා සකස් කරන ලද කම්බි රාමුවක (ග්‍රිල්) කොටසක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් සංයුක්ත කර සකසා ඇත. එහි දක්වා ඇති දත්ත අනුව එය සකස් කිරීම සඳහා 128 cm දිගින් යුතු කම්බි කැබල්ලක් අවශ්‍ය බව එය සාදන්නා ප්‍රකාශ කරයි. ඔහුගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය බව හේතු සහිතව පෙන්වන්න.



සාරාංශය

කේන්ද්‍ර කෝණය θ° සහ අරය r වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක

- චාප දිග $2\pi r \times \dfrac{\theta}{360}$ මගින් ද
- පරිමිතිය $2\pi r \times \dfrac{\theta}{360} + 2r$ මගින් ද ලැබේ.

2

වර්ගමූලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- පූර්ණ වර්ගයක් නොවන ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සන්නිකර්ෂණයට
- ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සඳහා ආසන්න අගයක් බෙදීමේ ක්‍රමය මගින් සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

2.1 ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය

සංඛ්‍යාවක වර්ගය පිළිබඳවත්, වර්ගමූලය පිළිබඳවත් ඔබ මීට පෙර යම්තාක් දුරකට ඉගෙන ගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳව සැකෙවින් මතක් කර ගනිමු.
3×3 හි අගය 9 වේ. 3×3 යන්න කෙටියෙන් 3^2 ලෙස ලියා දැක්වේ. එය "තුනේ වර්ගය"ලෙස කියවනු ලැබේ. මෙහි "2"න් දැක්වෙන්නේ 3 "දෙවරක්" ගුණ වන වගයි. මේ අනුව, තුනේ වර්ගය 9 වන අතර ඒ බව $3^2 = 9$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

පහත දැක්වෙන වගුවෙහි සංඛ්‍යා කිහිපයක වර්ග දැක්වේ.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලැබෙන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලියා දක්වන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය
1	1×1	1^2	1
2	2×2	2^2	4
3	3×3	3^2	9
4	4×4	4^2	16
5	5×5	5^2	25

1, 4, 9, 16 ආදී සංඛ්‍යා පූර්ණ වර්ග ලෙස හැඳින්වේ.
වර්ගමූලය මගින් වර්ගයෙහි ප්‍රතිවිරුද්ධ අදහස දැක්වෙයි. නිදසුනක් ලෙස $3^2 = 9$ නිසා 9 හි වර්ගමූලය 3 යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත වගුවේ දක්වා ඇති මුල් හා අවසාන තීරු අනුව,

1 හි වර්ගමූලය 1 බවත්

4 හි වර්ගමූලය 2 බවත්

9 හි වර්ගමූලය 3 බවත්

16 හි වර්ගමූලය 4 බවත්

25 හි වර්ගමූලය 5 බවත්

වැටහේ. වර්ගමූලය දැක්වීමට $\sqrt{\ }$ ලකුණ යොදා ගැනේ. ඒ අනුව,

$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25}=5$ ආදී වශයෙන් ලියා දැක්විය හැකි ය.

සෑම සංඛ්‍යාවකම වර්ගයක් ඇති බව පැහැදිලි ය. නමුත් සෑම සංඛ්‍යාවකම වර්ගමූලයක් තිබේද? ඒ පිළිබඳ ව දැන් විමසා බලමු.

ඉහත වගුව අනුව, 4 හි වර්ගමූලය 2 වන අතර, 9 හි වර්ගමූලය 3 වේ. 4ත් 9ත් අතර ඇති සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල වන්නේ 2ත් 3ත් අතර ඇති අගයන් ය. ඒ අනුව, 4ත් 9ත් අතර ඇති සංඛ්‍යාවල වර්ගමූල නිඛිල නොවන බව පැහැදිලි ය. ඒවා දශම සංඛ්‍යා වේ. එම වර්ගමූල ආසන්න ලෙස සොයන අයුරු මෙම පාඩමේ දී සලකා බැලේ. එවැනි ආසන්න අගයකට **සන්නිකර්ෂණයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුනක් ලෙස, 5හි වර්ගමූලය සඳහා සන්නිකර්ෂණයක් සොයන අයුරු සලකා බලමු. පහත දැක්වෙන වගුව බලන්න.

සංඛ්‍යාව	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලැබෙන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය ලියා දක්වන ආකාරය	සංඛ්‍යාවෙහි වර්ගය
2	2×2	2^2	4
2.1	2.1×2.1	2.1^2	4.41
2.2	2.2×2.2	2.2^2	4.84
2.3	2.3×2.3	2.3^2	5.29
2.4	2.4×2.4	2.4^2	5.76
2.5	2.5×2.5	2.5^2	6.25
2.6	2.6×2.6	2.6^2	6.76
2.7	2.7×2.7	2.7^2	7.29

ඉහත වගුවෙහි දකුණු පස කෙලවර තීරුවේ ඇති අගය අතුරින් 5ට ආසන්නම අගය දෙක වන්නේ 4.84 හා 5.29යි. ඒවා පිළිවෙළින් 2.2හි හා 2.3හි වර්ගයයි.

වගුව අනුව, 4.84හි හා 5.29හි වර්ගමූල පිළිවෙළින් 2.2 හා 2.3 වේ. සංකේතාත්මක ව, $\sqrt{4.84}=2.2$ ද $\sqrt{5.29}=2.3$ ද ලෙස ලිවිය හැකි ය.

දැන්, 5ට වඩා ආසන්න අගය වන්නේ 4.84 ද, එසේ නැතිනම් 5.29 දැයි පරීක්ෂා කරමු.

4.84ත් 5ත් අතර වෙනස $= 5 - 4.84 = 0.16$

5.29ත් 5ත් අතර වෙනස $= 5.29 - 5 = 0.29$

ඒ අනුව, 5ට වඩාත් ආසන්න අගය 4.84යි. එමනිසා, 5හි වර්ගමූලය සඳහා ආසන්න අගයක් ලෙස 2.2 ගත හැකි ය. මෙසේ, යම් ධන නිඛිලයක වර්ගමූලය සඳහා දශමස්ථාන

එකකට නිවැරදි ව ලැබෙන අගයට එම සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලයේ "**පළමු දශමස්ථානයට සන්නිකර්ෂණය**"(හෝ, වඩාත් සරල ව, "**පළමු සන්නිකර්ෂණය**") යැයි කියනු ලැබේ.

මේ අනුව, 5හි වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.2 වේ. ආසන්න අගය දැක්වීමේ දී $\approx$ සංකේතය යොදා ගැනේ. ඒ අනුව, $\sqrt{5} \approx 2.2$ ලෙස ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

මේ ආකාරයෙන් ම හේතු දක්වමින්, ඉහත වගුව අනුසාරයෙන්, 6හි වර්ගමූලයේ පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.4 බවත්, 7හි වර්ගමූලයේ පළමු සන්නිකර්ෂණය 2.6 බවත් නිගමනය කළ හැකි ය. එනම්,

$$\sqrt{6} \approx 2.4$$
$$\sqrt{7} \approx 2.6$$

පූර්ණ වර්ගයක් නොවන යම් ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සඳහා පළමු සන්නිකර්ෂණයක් සොයන නිශ්චිත ක්‍රමයක් පහත නිදසුන් මගින් උගෙන ගනිමු.

නිදසුන 1

$\sqrt{17}$ සඳහා පළමු දශමස්ථානයට සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

මුලින්ම 17 ඇත්තේ කුමන පූර්ණ වර්ග දෙක අතර දැයි සොයා ගත යුතු ය.

- 17 ට අඩු පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා අතුරින් 17ට ආසන්නම පූර්ණ වර්ගය 16 වන අතර, 17ට වැඩි පූර්ණ වර්ග සංඛ්‍යා අතුරින් 17ට ආසන්නම පූර්ණ වර්ගය 25 වේ.

  ඒ අනුව, $16 < 17 < 25$ ලෙස ලියමු.

- එම එක් එක් සංඛ්‍යාවල වර්ගමූලය ලියූ විට

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$
$$\therefore\ 4 < \sqrt{17} < 5$$

ඒ අනුව 17 හි වර්ගමූලය, 4ත් 5ත් අතර පිහිටයි.

එනම්, $\sqrt{17}$ හි අගය 4ත් 5ත් අතර වේ.

- 17 වඩා ආසන්න වන්නේ 16ට ද 25ට ද සොයා ගනිමු.

  16ත් 17ත් අතර වෙනස 1 කි.

  17ත් 25ත් අතර වෙනස 8 කි.

$\therefore$ 17 වඩා ආසන්න වන්නේ 16ට ය.

$\therefore \sqrt{17}$ හි අගය 5ට වඩා 4ට ආසන්න අගයක් වේ.

එමනිසා 4.1, 4.2, 4.3 හා 4.4 සංඛ්‍යා අතරින් එක් සංඛ්‍යාවක් $\sqrt{17}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය වේ.

මේවා අතුරින් $\sqrt{17}$ ට ආසන්නම අගය සෙවීමට එක් එක් සංඛ්‍යාව වර්ග කරමු. මුල් සංඛ්‍යා දෙක වර්ග කළ විට

$$4.1 \times 4.1 = 16.81$$
$$4.2 \times 4.2 = 17.64$$

ලැබේ. 4.2^2 හි අගය 17 ඉක්මවා යන හෙයින් 4.3^2 හා 4.4^2 සෙවීම අනවශ්‍ය වේ.
තව ද, 16.81 හා 17.64 සංඛ්‍යා අතුරින් 17 වඩා ආසන්න අගය 16.81 නිසා $\sqrt{17}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය 4.1 වේ.

නිදසුන 2

$\sqrt{245}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

$15^2 = 225$ ද $16^2 = 256$ ද බැවින්
$225 < 245 < 256$ ලෙස ලියාගන්න.

ඒ අනුව, $15 < \sqrt{245} < 16$

$\therefore$ $\sqrt{245}$ හි අගය 15ත් 16ත් අතර වේ.

245 වඩාත් ආසන්න වන්නේ 256ට බැවින් $\sqrt{245}$ හි අගය 15ට වඩා 16ට ආසන්න වේ. එනම්, එය 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9 යන අගයන්ගෙන් එකකි. එම අගය නිර්ණය කරමු.

$$15.9 \times 15.9 = 252.81$$
$$15.8 \times 15.8 = 249.64$$
$$15.7 \times 15.7 = 246.49$$
$$15.6 \times 15.6 = 243.36$$

ඉහත අගය අතරින් 245ට වඩාත් ම ආසන්න අගය 246.49 වේ.

$\therefore$ $\sqrt{245}$ හි පළමු සන්නිකර්ෂණය 15.7 වේ.

2.1 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ පළමු සන්නිකර්ෂණය සොයන්න.

(i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{20}$ (iii) $\sqrt{67}$ (iv) $\sqrt{115}$ (v) $\sqrt{1070}$

2.2 බෙදීමේ ක්‍රමය මගින් වර්ගමූලය සෙවීම.

ඕනෑම ධන සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවිය හැකි ක්‍රමයක් දැන් සලකා බලමු. මෙම ක්‍රමය වර්ගමූලය සෙවීමේ බෙදීමේ ක්‍රමය (හෝ සාධාරණ ක්‍රමය) ලෙස හැඳින්වේ. නිදසුන් කිහිපයක් මගින් මෙම ක්‍රමය හදාරමු.

නිදසුන 1 1764 හි වර්ගමූලය සොයමු.

පියවර 1

1764 හි එකස්ථානයේ සිට වම් පසට ඉලක්කම් දෙක බැගින් පහත දැක්වෙන ආකාරයට වෙන් කරන්න.

17 64

පියවර 2

එසේ වෙන් කිරීමෙන් පසු මුලට එන ඉලක්කමෙන් හෝ ඉලක්කම් දෙකෙන් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවට අඩු හෝ සමාන, ආසන්නම පූර්ණ වර්ගයේ වර්ග මූලය ඉරට උඩින් සහ ඉරට වම් පසින් පහත පරිදි ලියන්න.

```
    4
 4|17 64
```

පියවර 3

ඉරට උඩින් ඇති සංඛ්‍යාවේ හා වම් පැත්තේ ඇති සංඛ්‍යාවේ ගුණිතය වන 4 x 4 පහත දක්වා ඇති පරිදි පහළින් ලියා අඩු කරන්න.

```
    4
 4|17 64
  |16
  | 1
```

පියවර 4

දැන් ඊළඟ සංඛ්‍යා යුගලය වන 64 පහත දැක්වෙන පරිදි ලියන්න.

```
    4
 4|17 64
  |16
  | 1 64
```

පියවර 5

ඉරට උඩින් ඇති සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය වන 8 පහත පෙන්වා ඇති පරිදි වම් පසින් ලියන්න. තව ද, එකස්ථානයේ අගය සඳහා හිස් තැනක් තබන්න.

$$
\begin{array}{r|l}
 & \boxed{4} \\
\hline
4 & 17\;64 \\
 & \underline{16} \\
4 \times 2 = 8 \rightarrow 8\;\square & \;\;1\;64
\end{array}
$$

පියවර 6

ඉරට උඩින් 4ට දකුණු පසින් හා ඉරට වම් පසින් හිස්තැන් තැබූ ස්ථානයට එකම ඉලක්කම යොදන්න. ඉලක්කම තෝරා ගත යුත්තේ 8 $\square \times \square$ = 164 හෝ 164ට අඩු, ආසන්නම අගය ලැබෙන පරිදිය.

$$
\begin{array}{r|r}
 & 4\;\boxed{2} \\
\hline
4 & 17\;64 \\
 & \underline{16\;\;\;\;} \\
8\;\boxed{2} & 1\;64 \\
 & \underline{1\;64} \\
 & 0
\end{array}
$$

ඒ අනුව $\sqrt{1764} = \underline{\underline{42}}$ වේ.

දශම සංඛ්‍යාවක වර්ගමූලය සෙවීමේ දී දශම තිතේ සිට දෙපසට සංඛ්‍යා දෙක බැගින් පහත දැක්වෙන ලෙස වෙන් කරන්න.

3.61 ⟶ 3. 61
12.321 ⟶ 12. 32 10
143.456 ⟶ 1 43. 45 60

නිදසුන 2

$\sqrt{3.61}$ හි අගය සොයන්න.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1.\;\boxed{9} \\
\hline
1 & 3.\;\;61 \\
 & \underline{1\;\;\;\;\;\;\;\;} \\
1 \times 2 = 2 \rightarrow 2\;\boxed{9} & 2\;\;\;61 \\
 & \underline{2\;\;\;61} \\
 & \;\;\;\;\;00
\end{array}
$$

$$\therefore \sqrt{3.61} = \underline{\underline{1.9}}$$

නිදසුන 3

$\sqrt{2737}$ හි අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

මෙහිදී දශමස්ථාන තුනක් දක්වා සොයා එය දශමස්ථාන දෙකකට වැටයිය යුතු ය. දශමස්ථාන තුනක් දක්වා සෙවීමට නම් දශම තිතෙන් පසු බින්දු යුගල තුනක් වෙන්කළ යුතු ය.

```
                                      5  [2].[3] [1] [6]
                              5     | 27 37. 00 00 00
                                    | 25
5 x 2 = 10          →   10 [2]      |   2 37
                                    |   2 04
52 x 2 = 104        →  104 [3]      |      33 00
                                    |      31 29
523 x 2 = 1046      → 1046 [1]      |       1 71 00
                                    |       1 04 61
5231 x 2 = 10462    → 10462 [6]     |          66 39 00
                                    |          62 77 56
                                    |           3 61 44
```

$\therefore \sqrt{2733} \approx \underline{\underline{52.32}}$

නිදසුන 4 $\sqrt{3.421}$ හි අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්න.

ඉහත නිදසුනේ පරිදි ම මෙහිදී ද දශමස්ථාන තුනකට සොයා එය දශමස්ථාන දෙකකට වටයමු. ඒ සඳහා දශමස්ථානවල සංඛ්‍යාංක යුගල තුනක් වෙන්කළ යුතු ය.

```
          1. [8] [4] [9]
      1 | 3. 42 10 00
        | 1
   2[8] | 2 42
        | 2 24
  36[4] |    18 10
        |    14 56
 368[9] |     3 54 00
        |     3 32 01
        |       21 99
```

$\therefore \sqrt{3.421} \approx \underline{\underline{1.85}}$

2.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාවේ වර්ගමූලය සොයන්න.

   (i) 676 (ii) 1024 (iii) 2209 (iv) 2809 (v) 3721

2. දශමස්ථාන එකකට නිවැරදිව අගය සොයන්න.

   (a)

   (i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{19}$ (iii) $\sqrt{26}$

   (iv) $\sqrt{263}$ (v) $\sqrt{2745}$ (vi) $\sqrt{3630}$

   (b)

   (i) $\sqrt{5.4}$ (ii) $\sqrt{3.45}$ (iii) $\sqrt{15.3}$ (iv) $\sqrt{243.2}$

   (v) $\sqrt{4061.3}$ (vi) $\sqrt{85.124}$ (vii) $\sqrt{0.0064}$ (viii) $\sqrt{0.000144}$

2.3 ගැටලු විසඳීම සඳහා වර්ගමූලය යොදා ගැනීම

නිදසුන 1

වර්ගඵලය 441 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග සොයන්න.

(පාදයක දිග)^2 = සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය

∴ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග = $\sqrt{\text{සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය}}$

සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 441 cm^2

∴ සමචතුරස්‍රයේ පාදයක දිග = $\sqrt{441}$ cm

= 21 cm

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;\,2\;\;\;1 \\
\hline
2 & 4\;\;41 \\
 & 4 \\
\hline
41 & 0\;\;41 \\
 & \;\;\;\;41 \\
\hline
 & \;\;\;\;00
\end{array}
$$

නිදසුන 2

සමචතුරස්‍රාකාර ගෙබිමක් සම්පූර්ණයෙන් වැසෙන සේ ඒකක වර්ගඵලය 900 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර පිඟන් ගඩොල් 324ක් අල්ලා ඇත. ගෙබිමේ පැත්තක දිග සොයන්න.

එක් පේළියක ඇති පිඟන් ගඩොල් ගණන = $\sqrt{324}$

= 18

පිඟන් ගඩොලක පැත්තක දිග = $\sqrt{900}$ cm

= 30 cm

ගෙබිමේ පැත්තක දිග = 18×30 cm

= 540 cm

= 5.4 m

2.3 අභ්‍යාසය

1. වර්ගඵලය 1225 cm^2 වූ සමචතුරස්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක පැත්තක දිග කොපමණ ද?
2. පාද 27 cm සහ 12 cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රයකට වර්ගඵලයෙන් සමාන වූ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග කොපමණ ද?
3. ළමුන් 196ක් සරඹ සංදර්ශනයක් සඳහා පේළි ගණන හා තීර ගණන සමාන වන සේ සිටුවා ඇත. පේළියක සිටින ළමුන් ගණන කොපමණ ද?
4. ඝනකයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1350 cm^2කි. ඝනකයේ පැත්තක දිග සොයන්න.
5. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මංතීරුවක් සකස් කර ඇත්තේ සමචතුරස්‍රාකාර පැතලි මුහුණතක් ඇති බිම් ඇතුරුම් ගල් දහයේ පේළි 200ක් ඇල්ලීමෙනි. බිම් ඇතිරුම් ගලක පැතලි මුහුණතෙහි වර්ගඵලය 231.04 cm^2 නම් මංතීරුවේ දිග හා පළල කොපමණ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. අගය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව සොයන්න.
   (i) $\sqrt{3669}$ (ii) $\sqrt{4302}$ (iii) $\sqrt{22.79}$ (iv) $\sqrt{0.1296}$ (v) $\sqrt{5.344}$
2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර බිමක දිග හා පළල පිළිවෙලින් 25 m හා 12 m වේ. බිමෙහි එක් මුල්ලක සිටින ළමයෙකුට ප්‍රතිවිරුද්ධ මුල්ලට යාමට ගමන් කළ යුතු අවම දුර ආසන්න මීටරයට සොයන්න.
3. සමද්විපාද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයේ දිග සෙන්ටිමීටර 12 ක් නම් ඉතිරි පාදයක දිග සොයන්න (පිළිතුර දශම ස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව දක්වන්න).
4. 9, 16, 25, ... සංඛ්‍යා රටාවෙහි 729 වන්නේ කීවන පදය ද?

3 භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- භාග භාවිත අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට
- භාග ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

භාග



රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ එක්තරා වර්ගයක චොකලට් පෙත්තකි. එය පහසුවෙන් කැබලිවලට කඩා ගත හැකි වන සේ සමාන කොටස් දහයකට බෙදා දක්වා ඇත.

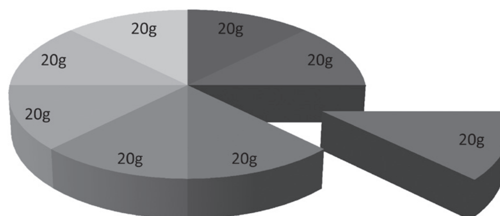
සම්පූර්ණ චොකලට් පෙත්ත ඒකක එකක් ලෙස සැලකූ විට, ඉන් වෙන් කර ගත්,

- කැබලි එකක් මුළු චොකලට් පෙත්තෙන් $\frac{1}{10}$ ක් ලෙස දැක්වේ.
- කැබලි දෙකක් මුළු චොකලට් පෙත්තෙන් $\frac{2}{10}$ ක් ලෙස දැක්වේ.
- කැබලි තුනක් මුළු චොකලට් පෙත්තෙන් $\frac{3}{10}$ ක් ලෙස දැක්වේ.

අනෙක් කැබලි ප්‍රමාණය ද මේ ආදී වශයෙන් දැක්විය හැකි ය.

මේ ආකාරයට සම්පූර්ණ ඒකකයකින් වෙන් කර ගත් කොටස් දැක්වීමට යොදා ගන්නා $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ ආදිය භාග සඳහා උදාහරණ වේ.

දැන් තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.



දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන්නේ එක්තරා වර්ගයක චීස් පැකැට්ටුවක් තුළ චීස් අසුරා ඇති ආකාරයයි. එහි එක සමාන චීස් කැබලි 8ක් අඩංගුය. එයින් එක් කැබැල්ලක් වෙන් කර

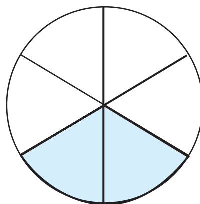
ඉවතට ගෙන ඇත. එම කැබැල්ල පැකැට්ටුවේ ඇති චීස් ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{8}$කි. පැකැට්ටුවේ ඇති චීස්වල මුළු ස්කන්ධය ග්‍රෑම් 160ක් නම් පිටතට ගත් කැබැල්ල මුළු චීස් ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{8}$ක් වන ග්‍රෑම් 20ක ස්කන්ධයකින් යුක්ත වේ. එහි ඒකකය ලෙස සලකා ඇත්තේ මුළු චීස් ප්‍රමාණයේ ස්කන්ධය වන ග්‍රෑම් 160 යි.

භාග පිළිබඳ ව සඳහන් කරන විට, එය ලබා ගත් සම්පූර්ණ ඒකකය ගැන සැලකිය යුතු ම වේ.

නිදසුනක් ලෙස ''පන්තියක මුළු සිසුන්ගෙන් $\frac{2}{3}$ ක් ගැහැනු ළමයි වෙති'' යන වගන්තියෙහි $\frac{2}{3}$ යන භාගය යොදා ඇත්තේ ''පන්තියේ සිසුන් ගණන'' ඒකකය ලෙස සලකා ය. පහත වගුවේ, භාග සම්බන්ධ ප්‍රකාශ ගණනාවකට අදාළ සම්පූර්ණ ඒකක දක්වා ඇත.

අවස්ථාව	සම්පූර්ණ ඒකකය
(a) වායුගෝලයෙන් පරිමාවෙන් $\frac{1}{5}$ ක් ඔක්සිජන් පවතී.	වායුගෝලයේ පරිමාව
(b) ජලය ලීටර 50කින් $\frac{1}{4}$ක් පාවිච්චියට ගෙන ඇත.	ජලය ලීටර 50
(c) වර්ගමීටර 200ක බිම් ප්‍රමාණයෙන් $\frac{2}{3}$ ක එළවළු වගා කර ඇත.	200 m^2 බිම් ප්‍රමාණය
(d) නෙළා ගත් අස්වැන්නෙන් $\frac{1}{4}$ක් පරිභෝජනයට තබා ගන්නා ලදි.	නෙළා ගත් අස්වැන්න ප්‍රමාණය
(e) මීටර 5ක් දිග කම්බියකින් $\frac{3}{4}$ක් කපා දැමී ය.	5 m දිග කම්බිය
(f) දොඩම් ගෙඩි 25කින් $\frac{1}{5}$ ක් ඉදුණු ඒවා ය.	දොඩම් ගෙඩි 25
(g) පියෙක් ඉඩමකින් හරි අඩක් (එනම් $\frac{1}{2}$ක්) තම පුතාට ලියා දුනි.	මුළු ඉඩමේ වර්ගඵලය

රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තාකාර හැඩය සමාන කොටස් හයකට බෙදා තිබේ. එහි අඳුරු කර ඇති භාගය $\frac{2}{6}$ක් බව අපි දනිමු.

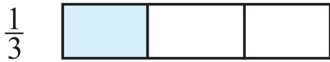


$\frac{2}{6}$ හි හරය 6 ද ලවය 2 ද වේ. ඒකකය බෙදා ඇති සම්පූර්ණ කොටස් ගණන හරය ද ඉන් වෙන් කර ගත් කොටස් ගණන ලවය ද වේ. $\frac{2}{6}$ හි ලවයෙහි ඇති සංඛ්‍යාව හරයේ ඇති

සංඛ්‍යාවට වඩා කුඩා වේ. මෙවැනි භාග **තත්‍ය භාග (නියම භාග)** ලෙස හැඳින්වේ. ලවය 1 වූ $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ වැනි භාග **ඒකක භාග** ලෙස හැඳින්වේ.

පහත දැක්වෙන රූපවල අඳුරු කර ඇත්තේ එකම ඒකකයෙන් ලබා ගත් $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ හා $\frac{1}{4}$ භාගවලින් දැක්වෙන ප්‍රමාණයි. මෙහිදී ඒකකය ලෙස ගෙන ඇත්තේ සෘජුකෝණාස්‍රයක වර්ගඵලයයි.

$\frac{1}{2}$ 

$\frac{1}{3}$ 

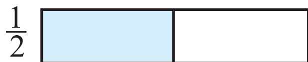
$\frac{1}{4}$ 

එම රූප අනුව $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ බව පැහැදිලි වේ.

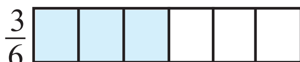
එමෙන් ම, ලව සමාන වන එහෙත් හර අසමාන වන $\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}$ වැනි භාගවල ද, හරය විශාල වන විට එම භාගවලින් නිරූපණය වන ප්‍රමාණ අඩු වේ.

එනම්, $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5} > \frac{2}{6}$ වේ.

එකම ඒකකයෙන් ලබා ගත් $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ හා $\frac{3}{6}$ යන භාග තුන පහත රූපයේ දැක් වේ.

$\frac{1}{2}$ 

$\frac{2}{4}$ 

$\frac{3}{6}$ 

රූපය අනුව එම භාග තුනෙන් දැක්වෙන ප්‍රමාණ එකිනෙකට සමාන වේ.

එනම්, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

මෙවැනි එකිනෙකට සමාන භාග **තුල්‍ය භාග** ලෙස හැඳින්වේ. භාගයක ලවයත් හරයත් එකම සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කිරීමෙන් තුල්‍ය භාග ලැබෙන බව නිරීක්ෂණය කරන්න. නිදසුන් ලෙස,

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

ලවයත්, හරයත් එකම සංඛ්‍යාවෙන් බෙදීමෙන් ද තුල්‍ය භාග ලැබේ. නිදසුන් ලෙස,

$$\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}, \quad \frac{8}{16} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2}$$

දැන් $\frac{2}{3}$ හා $\frac{3}{4}$ යන එකිනෙකට ප්‍රමාණයෙන් අසමාන, එකම ඒකකයෙන් ලබා ගත් භාග දෙක පිළිබඳව සලකා බලමු.

මුලින්ම $\frac{2}{3}$ හා $\frac{3}{4}$ ට ගැලපෙන තුල්‍ය භාග කිහිපයක් බැගින් ලියමු.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{8}{12}} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = \boxed{\frac{16}{24}} = \frac{18}{27} = ...$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \boxed{\frac{9}{12}} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \boxed{\frac{18}{24}} = \frac{21}{28} = ...$$

මෙහි $\frac{2}{3}$ හා $\frac{3}{4}$ යන භාගවලට තුල්‍ය වන භාග ඇසුරෙන්, එකම හරය සහිත භාග ද තිබෙන බව පෙනේ.

$\frac{8}{12}$ හා $\frac{9}{12}$ එවැනි භාග දෙකකි. $\frac{16}{24}$ හා $\frac{18}{24}$ එවැනි තවත් භාග දෙකකි.

පහසුව තකා ඉන් කුඩාම පොදු හරය සහිත භාග වන $\frac{8}{12}$ හා $\frac{9}{12}$ තෝරා ගනිමු.

$\frac{8}{12}$ හා $\frac{9}{12}$ සංසන්දනය කළ විට $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ වේ.

නමුත් $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ හා $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ නිසා $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ බව අපට නිගමනය කළ හැකි ය.

ඉහතින්, තුල්‍ය භාග යටතේ සිදු කළ $\frac{3}{4}$ හා $\frac{2}{3}$ සැසඳීම, රූප සටහනකින් ද පැහැදිලි කර ගනිමු.





රූපය අනුව ද $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ බව පැහැදිලි ය.

මේ අනුව, භාග සංසන්දනයේ දී පොදු හරයක් සහිත තුල්‍ය භාගවලින් ලියා ගැනීම යෝග්‍ය බව පැහැදිලි ය.

දැන් භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම පිළිබඳව සලකා බලමු. පහළ ශ්‍රේණිවල දී $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$ ලෙස හර සමාන විට දී භාග එකතු කිරීමට ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත.

එසේම $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ ආදී ලෙස හර සමාන භාග අඩු කළ හැකි බව ද ඔබ දැක ඇත. හර අසමාන භාග එකතු කිරීමේ දී හා අඩු කිරීමේ දී අදාළ භාග, පොදු හරයක් සහිත තුල්‍ය භාග බවට හරවා ගැනීම කළ හැකි ය.

නිදසුන් ලෙස,

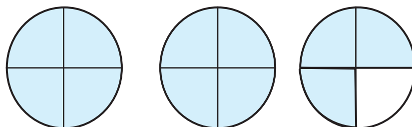
$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4} = \frac{2\times 4}{3\times 4} + \frac{1\times 3}{4\times 3} = \frac{8}{12}+\frac{3}{12} = \underline{\underline{\frac{11}{12}}}$$

$$\frac{3}{5}-\frac{1}{3} = \frac{3\times 3}{5\times 3} - \frac{1\times 5}{3\times 5} = \frac{9}{15}-\frac{5}{15} = \underline{\underline{\frac{4}{15}}}$$

ඒකකයකට වැඩි ප්‍රමාණ නිරූපණය සඳහා ද භාග යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුනක් ලෙස පාන් ගෙඩියකින් $\frac{3}{2}$ ක් ලෙස දැක්වෙන්නේ කොපමණ ප්‍රමාණයක් දැයි බලමු. එයින් දැක්වෙන්නේ පාන් ගෙඩියක් සමාන කොටස් දෙකකට කපා එවැනි කොටස් තුනක් සැලකුවහොත් ලැබෙන ප්‍රමාණයයි. එය පාන් ගෙඩි එකහමාරක ප්‍රමාණයයි. එනම් පාන් ගෙඩි $1+\frac{1}{2}$ ක හෙවත් කෙටියෙන් දක්වතොත්, $1\frac{1}{2}$ ක ප්‍රමාණයයි.

තවත් නිදසුනක් ලෙස වෘත්තයකින් $2\frac{3}{4}$ ක ප්‍රමාණය රූපයකින් දක්වමු.



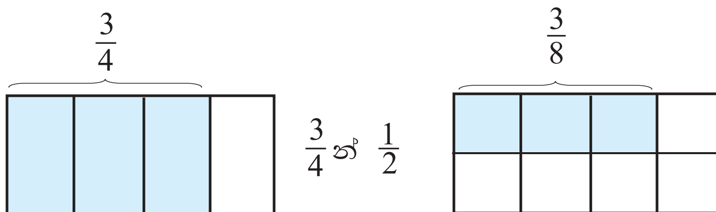
රූප තුන වෙන වෙන ම නොව එකට ගෙන එකම ඒකකයක් ලෙස සැලකුවහොත් අඳුරු කළ පෙදෙසින් දැක්වෙන්නේ $\frac{11}{12}$ කි. එහෙත්, ඕනෑම වෘත්තයක් ඒකකයක් ලෙස ගත් විට අඳුරු කළ පෙදෙසින් දැක්වෙන්නේ $\frac{11}{4}$ කි. මේ අනුව $2\frac{3}{4}$ යන මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව, $\frac{11}{4}$ ලෙස ද ලිවිය හැකි බව පැහැදිලි ය. $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ බව පෙන්විය හැකි තවත් ආකාරයක් මෙසේ ය.

$$2\frac{3}{4} = 1+1+\frac{3}{4} = \frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{11}{4}}}$$

මේ අනුව $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ බව පැහැදිලි ය. $2\frac{3}{4}$ ආකාරයෙන් භාග ලියූ විට එම භාග **මිශ්‍ර සංඛ්‍යා** ලෙස හැඳින්වේ. එය $\frac{11}{4}$ ලෙස ලියා ඇති විට **විෂම භාගයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

විෂම භාගයක් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් බවටත් මිශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් විෂම භාගයක් බවටත් හරවන අයුරු ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවලදී ද උගෙන ඇත.

දැන් අපි, භාග ගුණ කිරීම පිළිබඳව ද මතක් කර ගනිමු. ඒ සඳහා $\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$ යනු කෙතරම් ප්‍රමාණයක් දැයි බැලීමට පහත ආකාරයට රූප අඳිමු.



රූපයට අනුව $\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$ යනු $\frac{3}{8}$ බව පැහැදිලි ය.

පහත දැක්වෙන ආකාරයට සුළු කර ගැනීමෙන් ද ඉහත පිළිතුරම ලැබේ.

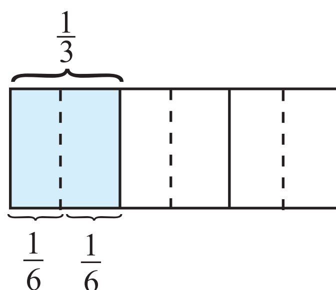
$$\frac{3}{4} \text{ න් } \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

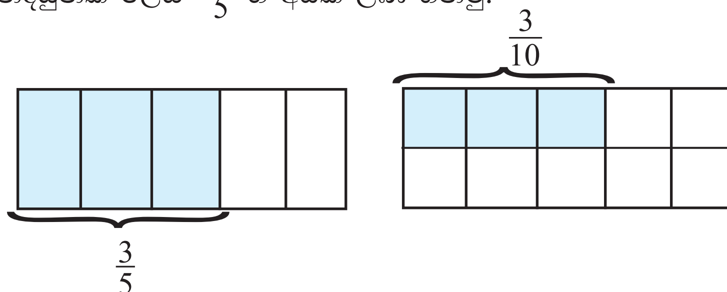
$\frac{3}{4}$ න් $\frac{1}{2}$ යන්නෙහි 'න්' මගින් ගුණ කිරීමේ ගණිත කර්මය දැක්වෙන බවත් ගුණ කළ විට ලැබෙන භාගයෙහි ලවය 3×1 ලෙස හා හරය 4×2 ලෙස ගත හැකි බවත් පැහැදිලි වේ.

දැන් භාග බෙදීමේ අවස්ථාව සලකමු.

$\frac{1}{3}$ ට ඇති $\frac{1}{6}$ ඒවා ගණන සොයමු. එය $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$ ලෙස දැක්වේ. පහත රූපය අනුව එම අගය 2 බව පැහැදිලි ය.



තවත් නිදසුනක් ලෙස $\frac{3}{5}$ හි අඩක් ලබා ගනිමු.



රූපය අනුව $\frac{3}{5}$න් අඩක් $\frac{3}{10}$ වේ.

නමුත්, ඕනෑම ප්‍රමාණයකින් අඩක් යනු එම ප්‍රමාණය 2න් බෙදූ විට ලැබෙන ප්‍රමාණය නිසා,

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{10}$$

සෑම විටම රූප ඇසුරෙන් භාග බෙදීම දුෂ්කර කටයුත්තකි. ඒ සඳහා වෙනත් ක්‍රමයක් හඳුනා ගත යුතු ය. රූප ඇසුරෙන් කරන ලද ඉහත බෙදීම නැවතත් පහත ආකාරයට ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

$$\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \div \frac{2}{1} \quad (2 = \tfrac{2}{1} \text{ නිසා})$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \quad (2\text{න් බෙදීම වෙනුවට } \tfrac{1}{2} \text{ න් ගුණ කිරීම යෙදූ විට })$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{10}}}$$

එනම්, රූපය අනුව ලද පිළිතුරම ලැබේ.

මෙම ක්‍රමය $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$ට ද ගැලපේ දැයි බලමු.

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1}$$

$$= \frac{1 \times 6}{3 \times 1}$$

$$= \underline{\underline{2}}$$

එනම්, රූපය අනුව ලද පිළිතුරම ලැබේ.

$\frac{1}{6}$ භාගයෙහි හරය හා ලවය හුවමාරුකළ විට $\frac{6}{1}$ ලැබේ. මෙවිට $\frac{1}{6}$ හි පරස්පරය $\frac{6}{1}$,

එනම් 6 යැයි කියනු ලැබේ. සාධාරණව $\frac{a}{b}$ ආකාරයේ භාගයක පරස්පරය ලෙස හැඳින්වෙන්නේ $\frac{b}{a}$ ය.

මේ අනුව, භාගයක් තවත් භාගයකින් බෙදීමේ දී දෙවන භාගයේ පරස්පරයෙන් ගුණ කිරීම කළ හැකි ය.

පහත නිදසුන මගින්, භාග පිළිබඳ ව මෙතෙක් උගත් කරුණු තවදුරටත් මතක් කර ගනිමු.

$$\left(2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) \div \left(1\frac{2}{3} \text{ න් } \frac{4}{5}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{\cancel{5}^{1}}{3} \times \frac{4}{\cancel{5}_{1}}\right)$$

$$\left(\frac{16 - 9 + 5}{6}\right) \div \frac{4}{3}$$

$$= \frac{12}{6} \div \frac{4}{3}$$

$$= 2 \div \frac{4}{3}$$

$$= \frac{{}^{1}\cancel{2}}{1} \times \frac{3}{\cancel{4}_{2}}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$= 1\frac{1}{2}$$

භාග සුළු කිරීමේදී මූලික ගණිත කර්ම හසුරුවන අනුපිළිවෙල මෙසේ ය.

- වරහන් තුළ කොටස් - B - Brackets
- 'න්' සම්බන්ධ කොටස - O - Of
- බෙදීම හා ගුණ කිරීම (වමේ සිට දකුණට) - D - Division, M - Multiplication
- එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම - A - Addition, S - Subtraction

භාග පිළිබඳ උගත් කරුණු තව දුරටත් මතක් කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පළමු වගුවේ ඇති භාග යොදා ගෙන දෙවන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

$$\frac{4}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{9}, \frac{9}{4}, \frac{19}{15}, \frac{7}{12}, \frac{1}{15}, \frac{7}{8}, \frac{11}{9}, \frac{23}{50}, \frac{22}{7}, \frac{1}{3}, \frac{8}{7}, \frac{6}{5}$$

ඒකක භාග	
නියම භාග	
විෂම භාග	

2. පහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.

මිශ්‍ර සංඛ්‍යාව	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{5}$	$3\frac{5}{6}$	......	....	......
විෂම භාගය	......	......	......	$\frac{7}{2}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{22}{5}$

3. හිස්තැන් පුරවන්න.

a. $\frac{1}{4} = \frac{1 \times ...}{4 \times 3} = \frac{..}{12}$ b. $\frac{2}{3} = \frac{...}{12}$ c. $\frac{2}{7} = \frac{...}{14}$ d. $\frac{4}{16} = \frac{...}{...}$

e. $\frac{8}{20} = \frac{... \div ...}{... \div ...} = \frac{...}{5}$ f. $\frac{10}{12} = \frac{5}{...}$ g. $\frac{21}{30} = \frac{7}{...}$ h. $\frac{75}{100} = \frac{...}{...}$

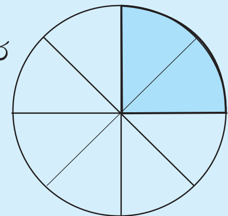
4. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන එක් එක් භාග ආරෝහණ පිළිවෙළට ලියන්න.

(i) $\frac{1}{7}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \frac{2}{3}$

(iii) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

5. නිවෙසක දිනක පරිභෝජනය සඳහා සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පිරී ඇති ටැංකියකින් $\frac{3}{4}$ක් යොදා ගතහොත් දිනය අවසානයේ දී එම ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ජලය ඉතිරි ව තිබේ ද?

6. A හා B යනු දිගින් අසමාන කම්බි දෙකකි. A හි දිගින් $\frac{1}{3}$ ක් හා B හි දිගින් $\frac{1}{3}$ ක් සමාන ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට සමාන කොටස් අටකට වෙන් කර ඇති වෘත්තාකාර තහඩුවකින් අඳුරු කර දක්වා ඇති කොටස් දෙක කපා ඉවත් කළහොත්
 (i) ඉතිරිවන ප්‍රමාණය තහඩුවෙන් කවර භාගයක් ද?
 (ii) ඉතිරි කොටසින් හරි අඩක් මුළු තහඩුවෙන් කවර භාගයක් ද?

8. සුළු කරන්න.

a. $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$ **b.** $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ **c.** $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$

d. $\left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right)$ න් $\frac{1}{2}$ **e.** $\left(4\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) \times 1\frac{2}{13}$ **f.** $\left(1\frac{2}{5} \times \frac{5}{7}\right) + \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}\right)$

g. $2\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ න් $\frac{4}{5}$ **h.** $2\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

9. රුපියල් 500ක් රැගෙන පොළට ගිය අම්මා එම මුදලෙන් එළවළු ගැනීම සඳහා රුපියල් 300ක් ද, පලතුරු ගැනීම සඳහා රුපියල් 150ක් ද වැය කළා ය.
 (i) මුදලෙන් කවර භාගයක් එළවළු ගැනීමට වියදම් කර තිබේ ද?
 (ii) මුදලෙන් කවර භාගයක් පලතුරු ගැනීමට වියදම් කර තිබේ ද?

(iii) බඩු මිල දී ගැනීමෙන් පසු ගෙන ගිය මුදලෙන් $\frac{1}{4}$ ක් ඉතිරි කර ගැනීමට ඇය කලින් අදහස් කර ගෙන තිබුණි නම්, ඇගේ අදහස ඉටු වී ඇත් ද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

10. ගමනක් යෑමට නිවෙසින් පිටත් වූ සතිෂ්, මුළු ගමනින් $\frac{1}{4}$ ක් බයිසිකලයෙන් ද, $\frac{2}{3}$ ක් බසයෙන් ද ගොස්, ඉතිරි කොටස ත්‍රිරෝද රථයකින් ගියේ ය.
   (i) බයිසිකලයෙන් හා බසයෙන් ගිය මුළු ප්‍රමාණය, ගමනෙහි මුළු දුරෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) මුළු ගමනින් කවර භාගයක් ත්‍රිරෝද රථයෙන් යෑමට ඔහුට ඉතිරි වූයේ ද?

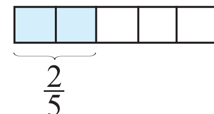
3.1 භාග භාවිත

එදිනෙදා ජීවිතයේ දී පැන නගින බොහෝ ගණනය කිරීම්වලදී භාග සම්බන්ධ වේ. භාග පිළිබඳ නිසි දැනුම භාවිතයෙන් එම ගණනය කිරීම පහසුවෙන් සිදු කළ හැකි ය. එවැනි අවස්ථා ඇතුළත් නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

නිදසුන 1

එක්තරා කෑම වර්ගයක් සෑදීම පිණිස යොදාගන්නා පිටි මිශ්‍රණයකින් $\frac{2}{5}$ ක් කුරක්කන් පිටි වන අතර ඉතිරිය පාන්පිටි වේ. ඇණවුමක් සඳහා මෙම කෑම වර්ගය සෑදීම පිණිස කෝකියෙක් කිලෝග්‍රෑම් 50ක පිටි මිශ්‍රණයක් සෑදීමට අදහස් කරයි. එම මිශ්‍රණය සඳහා අවශ්‍ය කුරක්කන් පිටි ප්‍රමාණයත් පාන්පිටි ප්‍රමාණයත් සොයන්න.

(i) මිශ්‍රණයේ ඇති කුරක්කන් පිටිවල භාගය $= \frac{2}{5}$



මිශ්‍රණයේ ඇති කුරක්කන් පිටි ප්‍රමාණය $=$ කිලෝග්‍රෑම් 50 න් $\frac{2}{5}$

$=$ කිලෝග්‍රෑම් $50 \times \frac{2}{5}$

මිශ්‍රණයේ ඇති කුරක්කන් පිටි ප්‍රමාණය $= \underline{\underline{20\text{ kg}}}$

මිශ්‍රණයේ ඇති පාන්පිටි ප්‍රමාණය $= 50 - 20\text{ kg}$

$= \underline{\underline{30\text{ kg}}}$

නිදසුන 2

ඒකාකාර වේගයෙන් ජලය ගලා එන නලයක් යොදාගෙන ටැංකියකින් $\frac{1}{4}$ ක් පිරවීමට මිනිත්තු 12ක් ගත විය. මෙම නලයෙන් මුළු ටැංකියම පිරවීමට ගත වන කාලය සොයන්න.

ටැංකියේ $\frac{1}{4}$ක් පිරවීමට ගතවන කාලය = මිනිත්තු 12

∴ ටැංකියේ $\frac{4}{4}$ (එනම් මුළු ටැංකියම) පිරවීමට ගතවන කාලය = මිනිත්තු 12×4

= මිනිත්තු 48

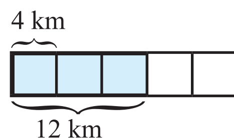
නිදසුන 3

සෙල්වාගේ නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{3}{5}$ක් බසයෙන් යා හැකි ය. එම දුර කිලෝමීටර 12කි. නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුර සොයන්න.

නිවසේ සිට පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{3}{5}$ ක් $= 12$ km

පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{1}{5} = 12 \text{ km} \div 3$

$= 4$ km



∴ පාසලට ඇති මුළු දුර,

එනම්, පාසලට ඇති දුරෙන් $\frac{5}{5}$ ක් $= 4 \text{ km} \times 5$

$= 20$ km

නිදසුන 4

ටැංකියකින් $\frac{4}{5}$ක් ජලයෙන් පිරී තිබුණි. ඉන් ලීටර 350ක් පාවිච්චි කළ පසු ටැංකියෙන් $\frac{1}{3}$ ක් ජලය ඉතිරිව තිබිණ.

(i) පාවිච්චි කර ඇති ජලය ප්‍රමාණය මුළු ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ද?

(ii) ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

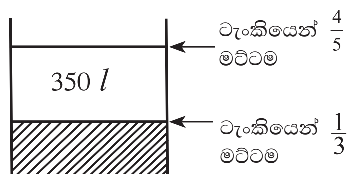
(i) පාවිච්චි කරන ලද ජල ප්‍රමාණය, මුළු ටැංකියෙන් භාගයක් ලෙස $= \frac{4}{5} - \frac{1}{3}$

$= \frac{12-5}{15}$

$= \frac{7}{15}$

(ii) මුළු ටැංකියෙන් $\frac{7}{15}$ ක් $= 350\,l$

∴ මුළු ටැංකියෙන් $\frac{1}{15} = \frac{350\,l}{7}$



$\therefore$ ටැංකියේ ධාරිතාව $= \frac{\cancel{350}^{50}}{\cancel{7}_1} \times 15\,l$

$= \underline{\underline{750\,l}}$

ඉහත නිදසුන් අනුව, භාග ආශ්‍රිත ගැටලු ඇතුළත් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

3.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන ප්‍රමාණ ගණනය කරන්න.

(i) රුපියල් 5 000 න් $\frac{1}{2}$　(iii) 200 m න් $\frac{3}{4}$　(v) 2.4 l න් $\frac{2}{3}$

(ii) 2 000 ml න් $\frac{1}{4}$　(iv) 250 kg න් $\frac{3}{5}$　(vi) 4.8 km න් $\frac{3}{4}$

2. උපුල් මහතා පසුගිය මාසයේ වැටුප ලෙස රුපියල් 24 000ක් ලබා ගත්තේ ය. ඔහු එම මුදලින් $\frac{3}{8}$ක් ගමන් වියදම් සඳහා යෙදෙව්වේ ය. ගමන් වියදම් සඳහා යෙද වූ මුදල සොයන්න.

3. නිවසක ජලය ගබඩා කරන ටැංකියක් සම්පූර්ණයෙන් පුරවා එයින් $\frac{3}{4}$ක ජල පරිමාවක් පාවිච්චියට ගන්නා ලදි. එවිට ටැංකියේ ඉතිරි වූයේ ලීටර 200 කි.
   (i) ඉතිරි ව තිබූ ජල පරිමාව මුළු ටැංකියෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) ටැංකියේ ධාරිතාව සොයන්න.

4. ඉඩමකින් $\frac{3}{7}$ක් ප්‍රදීප් ට අයිතිය. ඔහු එම ඉඩමේ ඔහුට අයත් නොවූ කොටසින් $\frac{1}{4}$ක් මිලට ගෙන, මුල් ඉඩමට යා කර ගනියි.
   (i) ප්‍රදීප් මිලදී ගත් ඉඩම් කොටස් මුළු ඉඩමෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) මුළු ඉඩමෙන් අඩකට වඩා දැන් ප්‍රදීප් සතුව ඇති බව පෙන්වන්න.
   (iii) මිල දී ගැනීමෙන් පසු ප්‍රදීප්ට අයත් නොවූ කොටසේ වර්ගඵලය වර්ගමීටර 240ක් නම් ප්‍රදීප්ට ඉඩමෙන් අයිති මුළු ඉඩම් ප්‍රමාණය වර්ගමීටර කොපමණද?

5. පාපැදියක් මිල දී ගැනීමට මුදල් ඉතිරි කරන විශ්වාට, එහි වටිනාකමින් $\frac{5}{8}$ක් ඉතිරි කර ගත හැකි විය. පාපැදිය සඳහා තවත් රුපියල් 2700ක් අවශ්‍ය වේ.
   (i) පාපැදිය මිලදී ගැනීමට එහි වටිනාකමින් තවත් කවර භාගයක් අවශ්‍යවේ ද?
   (ii) පාපැදියේ වටිනාකම සොයන්න.

6. මොහොමඩ් තමා සතු ඉඩමෙන් හරි අඩක් දියණියට ද, $\frac{1}{3}$ක් පුතාට ද ලියා වෙන් කර දී ඉතිරි කොටස වන අක්කර 10, පුණ්‍යායතනයකට පරිත්‍යාග කළේ ය.
   (i) පරිත්‍යාග කළේ මුළු ඉඩමෙන් කවර භාගයක් ද?
   (ii) මුළු ඉඩමේ ප්‍රමාණය අක්කර කීය ද?
   (iii) පුණ්‍යායතනයට ලබා දුන් කොටස ප්‍රමාණවත් නොවන හෙයින්, එම ප්‍රමාණය දෙගුණයක් කිරීමට තම කොටසින් ඉතිරිය ලබා දීමට දියණිය කැමති වූවාය. එසේ දුන් පසු, දියණියටත්, පුතාටත් වෙන්වන්නේ ඉඩමෙන් සමාන ප්‍රමාණ බව පෙන්වන්න.

7. ඉඩමකින් $\frac{7}{8}$ ක් වන ප්‍රමාණයක ගම්මිරිස් හා කරාබුනැටි වගා කොට ඇත. ගම්මිරිස් වගා කොට ඇති ඉඩම් ප්‍රමාණය වර්ගමීටර 450ක් වන අතර කරාබුනැටි වගා කොට ඇති භාගය මුළු ඉඩමෙන් $\frac{1}{4}$ කි.

(i) ඉඩමේ ගම්මිරිස් වවා ඇති භාගය
(ii) මුළු ඉඩමේ වර්ගඵලය
(iii) කරාබු නැටි වවා ඇති වර්ගඵලය
සොයන්න.

8. යකඩ කම්බියක් සමාන කොටස් තුනකට කපා වෙන් කර ඉන් එක් කොටසක් නැවත සමාන කොටස් හතරකට බෙදා කපා වෙන් කරනු ලැබීය.

(i) කපා වෙන් කළ කුඩා කැබැල්ලක් මුළු කම්බියේ දිගෙන් කවර භාගයක් ද?
(ii) ඉහත වෙන් කිරීම, රූප සටහනක් මගින් නිරූපණය කර, (i) දී ලැබුණු පිළිතුර සමඟ සසඳන්න.
(iii) කුඩා කැබැල්ලක් 70 cmක් දිග වේ නම්, මුල් කම්බියේ දිග සොයන්න.

3.2 භාග භාවිත තවදුරටත්

ඒකකයකින් කිසියම් කොටසක් වෙන් කළ පසු ඉතිරි කොටස නැවත නැවතත් වෙන් කිරීමේ අවස්ථා ද භාග භාවිත තුළ පවතී. එවැනි අවස්ථාවක් පහත නිදසුන මගින් දැක්වේ.

නිදසුන 1

රාජ් තම පියාගෙන් ලද මුදලින් $\frac{2}{3}$ ක් පොත් පත් ගැනීමට ද, ඉතිරියෙන් $\frac{1}{4}$ ක් ගමන් වියදම් සඳහා ද වැය කළේ ය. ඉන් පසු රුපියල් 500ක් ඔහු ළඟ ඉතිරි විය.

(i) පොත්පත් ගැනීමෙන් පසු රාජ් ළඟ ඉතිරි වූයේ පියා දුන් මුදලින් කවර භාගයක් ද?
(ii) පියා දුන් මුදලින් කවර භාගයක් ගමන් වියදම් සඳහා වැය කළේ ද?
(iii) පියාගෙන් ලැබුණ මුදල සොයන්න.

(i) පොත් පත් ගැනීමට වියදම් කළ භාගය $= \frac{2}{3}$

පොත් පත් ගැනීමෙන් පසු ඉතිරි භාගය $= 1 - \frac{2}{3}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

(ii) ගමන් වියදම් සඳහා පියා දුන් මුදලින් වැය කළ භාගය } = ඉතිරියෙන් $\frac{1}{4}$

$= \frac{1}{3}$ න් $\frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{12}$$

(iii) පොත් පත් ගැනීම හා ගමන් වියදම් යන දෙකට ම වැය වූ භාගය

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{8+1}{12}$$

$$= \frac{9}{12}$$

$$= \frac{3}{4}$$

ඉහත කරුණු දෙකටම වියදම් කළ පසු ඉතිරි භාගය $= 1 - \frac{3}{4}$

$$= \frac{1}{4}$$

ඉතිරි වූ මුදල රු 500 බව දී ඇති නිසා පියා දුන් මුදලෙන් $\frac{1}{4}$ ක්= රු 500

∴ පියා දුන් මුදල = රු 500 × 4
= රු 2 000

3.2 අභ්‍යාසය

1. නගරයේ කාර්යාලයක සේවය කරන ඔස්ටින් මහතා තම මාසික වැටුපෙන් $\frac{2}{5}$ ක් කෑම බීම සඳහා වියදම් කර ඉතිරියෙන් $\frac{2}{3}$ ක් සිය බිරිඳට යවයි.
   (i) කෑම වියදමෙන් පසු වැටුපෙන් කවර භාගයක් ඉතිරි වේ ද?
   (ii) බිරිඳට යවන්නේ ඔහුගේ වැටුපෙන් කවර භාගයක් ද?
   (iii) ඔහුට ඉතිරි වන්නේ වැටුපෙන් කවර භාගයක් ද?

2. එක්තරා මුදලකින් $\frac{1}{2}$ ක් Aට ද, ඉතිරියෙන් $\frac{1}{3}$ ක් Bට ද ලබා දුන් පසු ඉතිරි කොටස Cට ලබා දුන්නේ ය.
   (i) බෙදූ මුදලෙන් Cට ලැබුණ භාගය සොයන්න.
   (ii) ඉහත ආකාරයට නොබෙදා, තිදෙනා අතර සමසේ එම මුදල බෙදුවහොත්, එවිට Bට ලැබෙන මුදල, ඉහත ආකාරයට බෙදීමෙන් ලැබෙන මුදල මෙන් දෙගුණයක් වන බව පෙන්වන්න.
   (iii) මුලින් සඳහන් ආකාරයට බෙදීමේ දී Cට රුපියල් 1000ක් ලැබුණි නම්, තිදෙනා අතර බෙදන ලද මුදල සොයන්න.

3. ශාලාවක බිමේ වර්ගඵලයෙන් $\frac{2}{3}$ ක් පන්තිකාමර සඳහාත් ඉතිරි බිමෙන් $\frac{2}{3}$ ක් කාර්යාලය සඳහාත් වෙන් කර ඉතිරි වන 200 m^2 බිම් ප්‍රමාණය, පුස්තකාලය සඳහා වෙන් කිරීමට තීරණය කෙරී ඇත.

(i) කාර්යාලය සඳහා වෙන් වන්නේ මුළු වර්ගඵලයෙන් කවර භාගයක් ද?

(ii) පුස්තකාලය සඳහා වෙන්කර ඇති ප්‍රමාණය මුළු වර්ගඵලයෙන් කවර භාගයක් ද?

(iii) ශාලාවේ බිමේ මුළු වර්ගඵලය සොයන්න.

(iv) පන්ති කාමර සඳහාත් කාර්යාල සඳහාත් වෙන් වන බිම් ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

4. චාරිකාවක නිරත වූ අනිල්ට ඒ සඳහා වියදම් වූ සම්පූර්ණ මුදලින් $\frac{4}{7}$ක් ආහාර සඳහා ද, ඉතිරියෙන් $\frac{2}{3}$ක් ගමන් ගාස්තු සඳහා ද, වැය වුණි. ඒ හැර අනෙකුත් වියදම් සඳහා රුපියල් 800ක් වැය වූයේ නම් චාරිකාව වෙනුවෙන් අනිල්ට වියදම් වූ මුළු මුදල සොයන්න.

5. සරෝජා පුස්තකාලයෙන් රැගෙන ආ පොතකින් $\frac{1}{3}$ක් පළමු දිනයේ කියවූවා ය. දෙවැනි දිනයේ ඇයට කියවීමට ලැබුනේ ඉතිරි ප්‍රමාණයෙන් $\frac{1}{2}$ක් පමණි. නැවත තුන්වන දිනයේ ඉතිරි ව තිබූ පිටු 75 කියවා ඇය එදින පොත අවසාන කළා ය. පොතේ මුළු පිටු ගණන කීය ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $3\frac{1}{2}+(1\frac{1}{2}\times.....)=4\frac{1}{2}$ වීමට හිස්තැනට ගැලපෙන භාගය සොයන්න.

2. සුළු කරන්න.

$$\frac{2\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}}{1\frac{1}{5}\div\frac{4}{15}+\frac{1}{2}} \text{ න් } \frac{4}{5}$$

3. A, B හා C ව්‍යාපාරයක හිමිකරුවන් තිදෙනෙකි. එම ව්‍යාපාරය සඳහා ඔවුන් යෙදූ මුදල අනුව ලැබූ ලාභය බෙදා ගත්තේ ය. Aට ලාභයෙන් $\frac{2}{7}$ක ප්‍රමාණයක් ද එමෙන් දෙගුණයක් Bට ද ලබා දී ඉතිරිය Cට දුන්නේ ය. A හා B දෙදෙනාටම වෙන් වූයේ රුපියල් 72 000 ක් නම් ව්‍යාපාරයෙන් ලද ලාභය සොයන්න.

4. එක්තරා ආයතනයක් සඳහා නියෝජිතයෙකු තෝරා ගැනීම පිණිස අපේක්ෂකයින් දෙදෙනෙකු අතර ඡන්දයක් පැවැත්විණි. එහි දී ලියාපදිංචි සියලු ම ඡන්දදායකයෝ ඡන්දය පාවිච්චි කළහ. ජයග්‍රාහි අපේක්ෂකයා මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{7}{12}$ක් ලබා ගත් අතර ඔහුගේ වැඩි ඡන්ද සංඛ්‍යාව 120ක් විය.

(i) පරාජිත අපේක්ෂකයා මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාවෙන් කවර භාගයක් ලබා ගත්තේ ද?

(ii) ලියාපදිංචි කළ මුළු ඡන්ද දායකයන් සංඛ්‍යාව කොපමණද?

(iii) ජයග්‍රාහකයා ලැබූ ඡන්ද සංඛ්‍යාව සොයන්න.

4 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක් ගුණ කිරීමට
- ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතය ප්‍රසාරණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

වීජීය ප්‍රකාශන ආශ්‍රිත සුළු කිරීම් පිළිබඳ ඔබ උගත් විෂය කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

a. $2 \times 3a$ **b.** $4 \times (-2x)$ **c.** $(-3) \times 2x$
d. $2x \times 3y$ **e.** $3a \times (-5b)$ **f.** $(-2m) \times 4n$
g. $(-4p) \times (-2q)$ **h.** $3x \times 5x$ **i.** $(-5a) \times 3a$

2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $2(x+1)$ **b.** $3(b+3)$ **c.** $4(y-2)$
d. $-3(a+2)$ **e.** $-2(x-2)$ **f.** $x(2x+3)$
g. $2y(y+1)$ **h.** $-2x(4x+1)$ **i.** $-3b(a-b)$
j. $2(a-b-3c)$

3. ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

(a) **(i)** $x(x+2)+2(x+2)$ **(ii)** $y(y+3)+3(y-2)$
(iii) $x(x+1)-3(x-1)$ **(iv)** $m(m-3n)-n(m-3n)$

(b) **(i)** $(x+5)(x+8)$ **(ii)** $(7+a)(3+a)$ **(iii)** $(x-5)(x+8)$
(iv) $(x+5)(x-8)$ **(v)** $(2+m)(3-m)$ **(vi)** $(x-5)(x-8)$

4.1 ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය

ඉහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයෙහි 3 (b) ප්‍රශ්නය යටතේ ඔබ විසින් සුළු කරන ලද්දේ $x + a$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය යි. $ax + by$ ආකාරයේ වඩාත් සාධාරණ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කිරීම පිළිබඳ ව මෙම පාඩමේ දී ඉගෙන ගනිමු. මෙහි ax හා byට ද්විපද ප්‍රකාශනයේ පද දෙක යැයි කියනු ලැබේ.

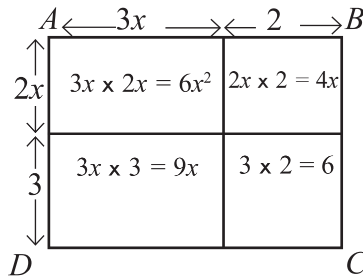
නිදසුන 1 $(3x + 2)(2x + 3)$ ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

$$(3x+2)(2x+3)$$
$$= 3x(2x+3)+2(2x+3)$$
$$= 6x^2+9x+4x+6$$
$$= \underline{\underline{6x^2+13x+6}}$$

හෝ

$$(3x+2)(2x+3)$$
$$= (3x+2)\times 2x+(3x+2)\times 3$$
$$= 6x^2+4x+9x+6$$
$$= \underline{\underline{6x^2+13x+6}}$$

ඉහත ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය සෘජුකෝණාස්‍රවල වර්ගඵලය ඇසුරෙන් ද නිදර්ශනය කළ හැකි ය. (සියලු මිනුම් එකම ඒකකයකින් දී ඇතැයි සලකමු).



රූපයට අනුව, $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ,

AB හි දිග $= 3x + 2$
AD හි දිග $= 2x + 3$
වර්ගඵලය $= (3x + 2)(2x + 3)$ ——— ①

වෙනත් අයුරකින්, රූපයට අනුව
$ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = කුඩා සෘජුකෝණාස්‍ර හතරෙහි වර්ගඵලවල එකතුව
$= 6x^2 + 9x + 4x + 6$
$= 6x^2 + 13x + 6$ ——— ②

① හා ② අනුව
$(3x + 2)(2x + 3) = 6x^2 + 13x + 6$ වන බව සනාථ වේ.

විවිධ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන ආකාරය දැක්වෙන පහත දී ඇති නිදසුන් ද අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 2

$(3x-2)(2x+5)$

$$(3x-2)(2x+5)$$
$$= 3x(2x+5)-2(2x+5)$$
$$= 6x^2+15x-4x-10$$
$$= \underline{\underline{6x^2+11x-10}}$$

නිදසුන 3

$(2x + y)(x + 3y)$

$$(2x + y)(x + 3y)$$
$$= 2x(x + 3y) + y(x + 3y)$$
$$= 2x^2 + 6xy + xy + 3y^2$$
$$= \underline{\underline{2x^2 + 7xy + 3y^2}}$$

නිදසුන 4

$(3x+2y)(3x-2y)$

$$(3x+2y)(3x-2y)$$
$$= 3x(3x-2y)+2y(3x-2y)$$
$$= 9x^2-6xy+6xy-4y^2$$
$$= \underline{\underline{9x^2-4y^2}}$$

නිදසුන 5

$(5a-2b)(2a-3b)$

$$(5a-2b)(2a-3b)$$
$$=5a(2a-3b)-2b(2a-3b)$$
$$=10a^2-15ab-4ab+6b^2$$
$$=\underline{\underline{10a^2-19ab+6b^2}}$$

නිදසුන 6

$(a+b)(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$

$$(a+b)(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$$
$$=a(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)+b(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$$
$$=\frac{1}{3}a^2-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{3}ab-\frac{1}{4}b^2$$
$$=\underline{\underline{\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{12}ab-\frac{1}{4}b^2}}$$

4.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශනය ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

   a. $(x+2)(x+2)$ **b.** $(x-3)(x-3)$ **c.** $(2x+3)(x+2)$
   d. $(2p-5)(p-3)$ **e.** $(3x-1)(3x+1)$ **f.** $(-3x+2)(2x-3y)$
   g. $(2a+b)(3a+2b)$ **h.** $(3x-5y)(4x+3y)$ **i.** $(-3p+4q)(3p-2q)$
   j. $(-7k-5l)(3k+4l)$ **k.** $(4m-3n)(4m-3n)$ **l.** $(5x-2y)(5x-2y)$
   m. $\left(\frac{1}{2}x+y\right)(2x+3y)$ **n.** $\left(\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q\right)\left(\frac{2}{3}p-\frac{3}{4}q\right)$ **o.** $(3x+4y)(5a+3b)$

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පිට්ටනියක දිග මීටර $(2a+7)$ ද පළල මීටර $(2a-3)$ ද නම් පිට්ටනියේ වර්ගඵලය a ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. පියුමි සමචතුරස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් සෑදුවා ය. ඇගේ නැගණිය සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් සෑදුවා ය. නැගණියගේ මල් පාත්තියේ දිග, පියුමිගේ මල් පාත්තියේ පැත්තක දිගට වඩා මීටර 3ක් වැඩි වන අතර එහි පළල පියුමිගේ පාත්තියේ පැත්තක දිගට වඩා මීටර 2ක් අඩුය. පියුමිගේ මල් පාත්තියේ පැත්තක දිග මීටර x ලෙස ගෙන නැගණියගේ මල් පාත්තියේ දිග හා පළල සොයා, එහි වර්ගඵලය Ax^2+Bx+C ආකාරයෙන් ලියන්න.

4. ළමයෙක්, එකක් රුපියල් x බැගින් වූ නාරං ගෙඩි a සංඛ්‍යාවක් මිලදී ගත්තේය. ඉන් පසු නාරං ගෙඩි ප්‍රමාණය මෙන් තුන් ගුණයක ඇපල් ප්‍රමාණයක් මිල දී ගැනීමට සූදානම් වේ. ඇපල් ගෙඩියක මිල, නාරං ගෙඩියක මිල මෙන් දෙගුණයකි.
   (i) ඇපල් මිල දී ගැනීමට යන වියදම සඳහා ප්‍රකාශනයක් a හා x ඇසුරෙන් ලියන්න.

   මිල දී ගන්නා ඇපල් ගෙඩි ගණන තවත් 5කින් වැඩි කළහොත් ඇපල් ගෙඩියක මිල රුපියල් 3කින් අඩු කළ හැකි බව වෙළෙන්දා පවසයි. ළමයා ඒ අනුව වැඩිපුර ඇපල් ගෙඩි 5ක් මිල දී ගැනීමට තීරණය කරයි.
   (ii) මිල දී ගන්නා ඇපල් ප්‍රමාණය සඳහා ප්‍රකාශනයක් a ඇසුරෙන් ලියන්න.
   (iii) ඇපල් ගෙඩියක මිල සඳහා ප්‍රකාශනයක් x ඇසුරෙන් ලියන්න.

(iv) ඇපල් මිල දී ගැනීම සඳහා යන වියදම දැක්වෙන ප්‍රකාශනයක් a හා x ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

(v) ඉහත (iv) කොටසෙහි දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කොට සුළු කරන්න.

4.2 ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත

ඉහත අභ්‍යාසයේ 1. **a, b** හා **l** හිදී ඔබ විසින් ප්‍රසාරණය කළ පහත සඳහන් ද්විපද ප්‍රකාශනවල ගුණිත පිළිබඳ ව නැවත අවධානය යොමු කරමු.

$$(x + 2)\,(x + 2),\ (x - 3)\,(x - 3),\ (5x - 2y)\,(5x - 2y)$$

ඒවායේ ගුණ කිරීමට ඇති ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකම එකිනෙකට සමාන බව පෙනේ ද? වීජ ගණිතයේ දී $x \times x = x^2$ ලෙස ලියන්නා සේම,

$(x + 2)\,(x + 2) = (x + 2)^2$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

එසේ ම, $(x - 3)\,(x - 3) = (x - 3)^2$

$(5x - 2y)\,(5x - 2y) = (5x - 2y)^2$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

එසේ ලියන ලද $(x + 2)^2$, $(x - 3)^2$ හා $(5x - 2y)^2$ ආකාරයේ ප්‍රකාශන වර්ගායිත ලෙස හැඳින්වේ.

වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කිරීම සඳහා මීට ඉහත දී ඉගෙන ගත් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කළ ආකාරය ම යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

$(x + 2)^2$ වර්ගායිතය, ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා ප්‍රසාරණය කරන්න.

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= (x+2)\,(x+2)\\ &= x\,(x+2) + 2\,(x+2)\\ &= x^2 + 2x + 2x + 4\\ &= \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}}\end{aligned}$$

වර්ගායිත සුළු කිරීම තවත් ක්‍රමයකින් ද කළ හැකි ය.

$(a + b)^2$ ආකාරයේ වර්ගායිතයක් ප්‍රසාරණය කරන ආකාරය සලකා බලමු.

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)\,(a+b)\\ &= a^2 + ab + ba + b^2\\ &= a^2 + ab + ab + b^2\\ &= \underline{\underline{a^2 + 2ab + b^2}}\end{aligned}$$

මෙය සූත්‍රයක් ලෙස මතක තබා ගැනීම වැදගත් ය.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

මුල් පදයෙහි වර්ගය

මුල් පදය හා දෙවන පදයේ ගුණිතයේ දෙගුණය

දෙවන පදයෙහි වර්ගය

දැන් $(a-b)^2$ ප්‍රසාරණය සලකා බලමු.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b)\\ &= a^2 - ab - ba + b^2\\ &= a^2 - ab - ab + b^2\\ &= \underline{\underline{a^2 - 2ab + b^2}}\end{aligned}$$

එනම්, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

සටහන: $(a-b)^2$ සඳහා ප්‍රකාශනය, $(a+b)^2$ හි b වෙනුවට $-b$ යොදාගැනීමෙන් ද ලබා ගත හැකි ය.

ඒ මෙසේය $(a+(-b))^2 = a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

තවද,

$$(-a+b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)b + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(-a-b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)(-b) + (-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ඒ අනුව, $(a+b)^2$ හා $(-a-b)^2$ හි ප්‍රසාරණ එකිනෙක සමාන බවද $(a-b)^2$ හා $(-a+b)^2$ හි ප්‍රසාරණ එකිනෙක සමාන බව ද ඔබට පෙනී යනු ඇත.

පහත දැක්වෙන නිදසුන් අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 2

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2\times x\times 3 + 3^2\\ &= \underline{\underline{x^2 + 6x + 9}}\end{aligned}$$

නිදසුන 3

$$\begin{aligned}(y-2)^2 &= y^2 - 2\times y\times 2 + 2^2\\ &= \underline{\underline{y^2 - 4y + 4}}\end{aligned}$$

නිදසුන 4

$$\begin{aligned}(3x+5y)^2 &= (3x)^2 + 2\times 3x\times 5y + (5y)^2\\ &= \underline{\underline{9x^2 + 30xy + 25y^2}}\end{aligned}$$

නිදසුන 5

$$\begin{aligned}(3a-2b)^2 &= (3a)^2 - 2\times 3a\times(2b) + (2b)^2\\ &= \underline{\underline{9a^2 - 12ab + 4b^2}}\end{aligned}$$

නිදසුන 6

$$\begin{aligned}(-y+5)^2 &= (-y)^2 - 2\times(y)\times 5 + 5^2\\ &= \underline{\underline{y^2 - 10y + 25}}\end{aligned}$$

නිදසුන 7

$$\begin{aligned}(-2x-3y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2\\ &= \underline{\underline{4x^2 + 12xy + 9y^2}}\end{aligned}$$

සමහර සංඛ්‍යාත්මක සුළු කිරීම් පහසුවෙන් කිරීම සඳහා මෙම ප්‍රතිඵලය යොදා ගත හැකි ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 8

105^2 හි අගය සොයන්න.

$105^2 = (100 + 5)^2$

$= 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2$

$= 10000 + 1000 + 25$

$= \underline{\underline{11025}}$

නිදසුන 9

99^2 හි අගය සොයන්න.

$99^2 = (100 - 1)^2$

$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$

$= 10000 - 200 + 1$

$= \underline{\underline{9801}}$

නිදසුන 10

$x = 5$ හා $y = 2$ සඳහා $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ යන්න සත්‍යාපනය කරන්න.

ව.පැ. $(x+y)^2$

$= (5+2)^2$

$= 7^2$

$= \underline{\underline{49}}$

දා.පැ. $x^2 + 2xy + y^2$

$= 5^2 + 2 \times 5 \times 2 + 2^2$

$= 25 + 20 + 4$

$= \underline{\underline{49}}$

$\therefore$ ව.පැ. = දා.පැ.

4.2 අභ්‍යාසය

1. *A* තීරුවේ දැක්වෙන එක් එක් වර්ගායිතයේ ප්‍රසාරණය, *B* තීරුවෙන් තෝරා යා කරන්න.

***A* තීරුව**	***B* තීරුව**
a. $(x + 5)^2$	$4x^2 + 4xy + y^2$
b. $(x - 5)^2$	$4y^2 + 4xy + x^2$
c. $(2x + 5)^2$	$x^2 - 10x + 25$
d. $(2x + y)^2$	$4x^2 - 4xy + y^2$
e. $(-2x + 5)^2$	$x^2 - 4xy + 4y^2$
f. $(x - 2y)^2$	$4x^2 - 12xy + 9y^2$
g. $(-2x + y)^2$	$4x^2 + 20x + 25$
h. $(2x + 3y)^2$	$4x^2 + 12xy + 9y^2$
i. $(2x - 3y)^2$	$x^2 + 10x + 25$
j. $(-2y - x)^2$	$4x^2 - 20x + 25$

2. පහත දැක්වෙන වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(x + 2)^2$ **b.** $(a + 3)^2$ **c.** $(p - 3)^2$ **d.** $(y - 1)^2$

e. $(2a + 3)^2$ **f.** $(3b + 2)^2$ **g.** $(3x - 1)^2$ **h.** $(4m - 5)^2$

i. $(3p + 4q)^2$ **j.** $(5m - 3n)^2$ **k.** $(-2y + 5)^2$ **l.** $(3a - 5b)^2$

m. $(-3m + n)^2$ **n.** $(-5m - 6n)^2$

3. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල ඇති හිස්තැන් සඳහා සුදුසු පද ලියා දක්වන්න.

a. $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + ___$ **b.** $(y + 2)^2 = y^2 + ___ + 4$

c. $(m - 5)^2 = m^2 - 10m + ___$ **d.** $(a + __)^2 = a^2 + 8a + 16$

e. $(___ + b)^2 = 25 + 10b + b^2$ **f.** $(___ - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

g. $(-3 + ___)^2 = ___ - 6x + x^2$ **h.** $(___ - x)^2 = +16 - 8x + x^2$

4. පහත දැක්වෙන එක එකක අගය, ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතයක් ලෙස ලියා සොයන්න.

(i) 21^2 (ii) 102^2 (iii) 17^2 (iv) 98^2 (v) 9.9^2

5. සමචතුරස්‍රාකාර කාමරයක පැත්තක දිග මීටර $(2a + 3b)$ ලෙස දී ඇත්නම්, කාමරයේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් a හා b ඇසුරෙන් ලියා ප්‍රසාරණය කර දක්වන්න.

6. $a = 2$ හා $b = 3$ අවස්ථාව සඳහා,

(i) $(-a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ බව

(ii) $(-a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ බව

සත්‍යාපනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $(2x + 3y)(x + y) = 2x^2 + 5xy + 3y^2$ බව පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

(i) $x = 3,\ y = 2$ (ii) $x = 5,\ y = 0$

(iii) $x = 1,\ y = 1$ (iv) $x = -1,\ y = -2$

2. පහත දැක්වෙන භාගමය සංගුණක සහිත එක් එක් වර්ගායිතය, ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා සුළු කරන්න.

(i) $(\frac{1}{2}x + y)^2$ (ii) $(\frac{1}{3}a - b)^2$ (iii) $(\frac{1}{4}m - \frac{2}{3}n)^2$

3. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $(x + __)^2 = x^2 + 6x + __$ (ii) $(y + __)^2 = y^2 + 8y + __$

(iii) $(__ + 5)^2 = x^2 + __ + 25$ (iv) $(__ + y)^2 = x^2 + __ + y^2$

4. වර්ගායිතයක් ලෙස ලිවීම සඳහා පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයට එකතු කළ යුතු පදය ලියා, එය වර්ගායිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(i) $x^2 + 6x$ (ii) $y^2 + 8y$ (iii) $m^2 + 10m$

(iv) $a^2 - 4a$ (v) $x^2 + 4xy$ (vi) $p^2 - 12pq$

5. $x + y = 5$ ද $xy = 6$ ද වන විට $x^2 + y^2$ හි අගය සොයන්න.

6. $a - b = 3$ ද $ab = 28$ ද වන විට $a^2 + b^2$ හි අගය සොයන්න.

7. $x^2 + y^2 = 25$ ද $xy = 12$ ද වන විට $x + y$ හි අගය සොයන්න.

8. $(x + k)^2 = x^2 + 6x + q$ වන විට k හා q හි අගය සොයන්න.

9. $t + \frac{1}{t} = 2$ වන විට $t^2 + \frac{1}{t^2}$ හි අගය සොයන්න.

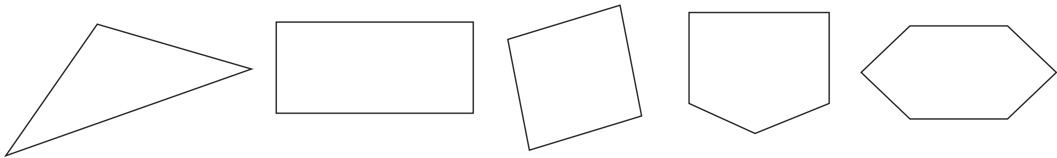
5 ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- තලරූප දෙකක් අංගසම වීම යනු කුමක්දැයි හඳුනා ගැනීමට
- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වීමේ අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට
- ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය ඇසුරෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීමට

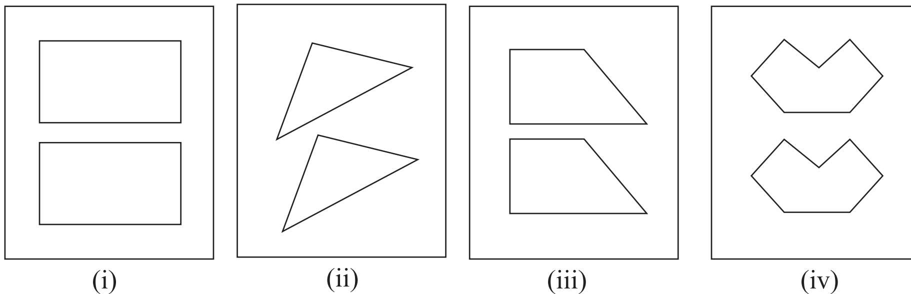
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

තලරූප දෙකක අංගසාම්‍යය



ඉහත දැක්වෙන රූප සටහන් පරීක්ෂා කිරීමේ දී ඒවා සියල්ල සරල රේඛා ඛණ්ඩවලින් සෑදී ඇති සංවෘත තලරූප බව පැහැදිලි වේ. එවැනි රූප සරල රේඛීය තලරූප ලෙස හැඳින්වේ. කෝණ හා පාදවලට එම රූපවල අංග යැයි කියනු ලැබේ.

පහත (i) සිට (iv) දක්වා රූප සටහන්වල ඉදිරිපත් කර ඇති, හැඩයෙන් හා ප්‍රමාණයෙන් සමාන එක් එක් සරල රේඛීය තලරූප යුගලයෙහි ඇති තලරූප දෙක එකිනෙක සම්පාත කළ හැකි වේ.

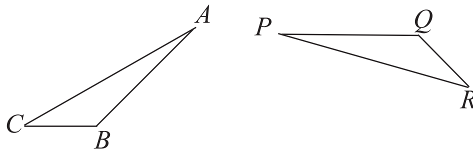


එකිනෙකට සම්පාත කළ හැකි තලරූප යුගලයක් **අංගසම තලරූප** යුගලයක් ලෙස හැඳින්වේ. මෙම පාඩමේ දී ත්‍රිකෝණ යුගලයක අංගසම වීම පිළිබඳ ව අපගේ අවධානය යොමු කෙරේ.

5.1 ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසාම්‍යය

ත්‍රිකෝණයක අංග හයක් ඇත. ඒවා නම්, පාද තුන සහ කෝණ තුනයි.

පහත දැක්වෙන ABC සහ PQR ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ යැයි සිතමු. එම ත්‍රිකෝණ දෙක එකක් මත එකක් තබා සම්පාත කළහොත් AB සමග PQත් AC සමග PRත් BC සමග QR ත් සම්පාත වේ යැයි ද සිතමු. එවිට, ත්‍රිකෝණ දෙකේ, ABට අනුරූප පාදය PQ ද ACට අනුරූප පාදය PR ද, BCට අනුරූප පාදය QR ද යැයි කියනු ලැබේ. මෙලෙසම $B\hat{A}C$ ට අනුරූප කෝණය $Q\hat{P}R$ ද, $A\hat{B}C$ ට අනුරූප කෝණය $P\hat{Q}R$ ද, $A\hat{C}B$ට අනුරූප කෝණය $P\hat{R}Q$ ද යැයි කියනු ලැබේ.



මේ අනුව, අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන බව "≡" ලකුණ යොදා දක්වනු ලැබේ. නිදසුනක් ලෙස, ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නම් ඒ බව $ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ මගින් දැක්වේ.

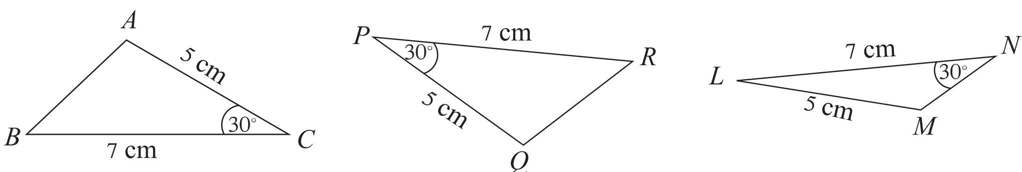
ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම බව පෙන්වීමට ඉහත සඳහන් කරන ලද ආකාරයට, එක් ත්‍රිකෝණයක අංග හය, තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග හයට සමාන විය යුතු යැයි පෙන්වීම අවශ්‍යම නොවේ. යම් අංග තුනක් පමණක් සමාන බව පෙන්වීම ප්‍රමාණවත් ය. නමුත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම අංග තුනකට සමාන වූ පමණින් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවේ. සමහර අවස්ථාවල දී පමණක් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනකට සමාන වූ විට ඉතිරි අංග ද සමාන වී ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. එවැනි අවස්ථා හතරක් ඇත. එම අවස්ථා හතර පිළිබඳ ව දැන් සලකා බලමු.

(*a*) පළමු අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වන අවස්ථාව

ක්‍රියාකාරකම

පාද දෙකක දිග 5 cm හා 7 cm ද කෝණයක වටිනාකම 30°ක් වන ත්‍රිකෝණ තුනක් පහත දැක්වේ.



- ABC ත්‍රිකෝණය ට්‍රෙසිං කඩදාසියක පිටපත් කර කපා ගන්න.
- කපා ගත් ත්‍රිකෝණය PQR හා LMN ත්‍රිකෝණ සමග සම්පාත වේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.
- ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයට අංගසම ත්‍රිකෝණය තෝරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ABC ත්‍රිකෝණයට අංගසම වන්නේ PQR ත්‍රිකෝණය පමණක් බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. එසේ නමුත්, ABC ත්‍රිකෝණයේ දී ඇති අංග තුනකට සමාන අංග තුනක් අනෙක් ත්‍රිකෝණ දෙකෙහිම ඇත. නමුත් ABC ත්‍රිකෝණය, PQR ත්‍රිකෝණයට පමණක් අංගසම වී ඇත. එනම් ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි සමාන අංග තුනක් තිබූ පමණින්ම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවන බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

ABC ත්‍රිකෝණය, PQR ත්‍රිකෝණයට අංගසම බවත්, එය LMN ත්‍රිකෝණයට අංගසම නැති බවත් හඳුනා ගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ABC ත්‍රිකෝණයේ 30° කෝණය අන්තර්ගත වී ඇත්තේ 5 cm හා 7 cm දිග පාද දෙකටය. PQR ත්‍රිකෝණයේ ද එය එසේම ය. නමුත්, LMN ත්‍රිකෝණයේ 30° කෝණය පිහිටන්නේ එසේ 5 cm හා 7 cm දිග පාද දෙකට අන්තර්ගතව නොවේ. ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය PQR ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකකට හා **අන්තර්ගත කෝණයට** සමාන වී ඇත. නමුත්, ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ සඳහා එසේ කිව නොහැකි ය. ඒ අනුව ABC හා LMN ත්‍රිකෝණ අංගසම යැයි කීමට ප්‍රමාණවත් කරුණු නොමැත.

සටහන : මෙහි දී 30°ක් වන $A\hat{C}B$ කෝණයට, AC හා BC පාද දෙකෙහි අන්තර්ගත කෝණය යැයි කියනු ලැබේ. එලෙසම, PQR ත්‍රිකෝණයෙහි $R\hat{P}Q$ යනු PR හා PQ පාද දෙකෙහි අන්තර්ගත කෝණයයි.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම තුළින් ඔබ අත්දුටු මෙම ප්‍රතිඵලය ප්‍රත්‍යක්ෂයක් ලෙස අතීතයේ සිටම ජ්‍යාමිතියේ දී භාවිත වේ.

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට සහ අන්තර්ගත කෝණයට සමාන නම්, එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ.

මෙලෙස ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම, **පා.කෝ.පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

ඉහත සඳහන් කරන ලද අවස්ථාවට අනුව, පහත දැක්වෙන ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ යුගලය, දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් අංගසම බව පෙන්වීම පහත පරිදි ලියා දැක්විය හැකි ය.

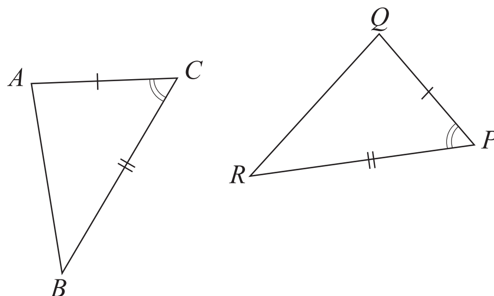
ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල

$AC = QP$ (දී ඇත)

$A\hat{C}B = Q\hat{P}R$ (දී ඇත)

$BC = PR$ (දී ඇත)

$\therefore \underline{\underline{ABC\Delta \equiv PQR\,\Delta}}$ (පා.කෝ.පා.)

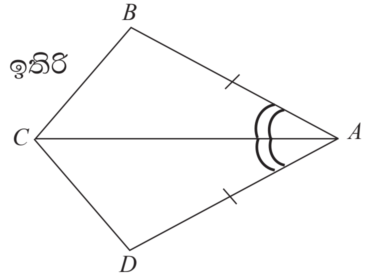


ඉහත ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම නිසා ඉතිරි අනුරූප අංග ද සමාන වේ.
එනම්,
සමාන බව දන්නා $A\hat{C}B$ හා $Q\hat{P}R$ කෝණ ඉදිරියෙන් ඇති AB හා QR පාද ද සමාන වේ.
සමාන බව දන්නා AC හා PQ පාද ඉදිරියෙන් ඇති $A\hat{B}C$ හා $P\hat{R}Q$ කෝණ ද සමාන වේ.
සමාන බව දන්නා BC හා PR පාද ඉදිරියෙන් ඇති $B\hat{A}C$ හා $P\hat{Q}R$ කෝණ ද සමාන වේ.

දැන් නිදසුනක් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව, $ABC\Delta \equiv ACD\Delta$ බව පෙන්වා සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියන්න.



සාධනය:

ABC හා ADC ත්‍රිකෝණවල

$AB = AD$ (දී ඇත)

$B\hat{A}C = D\hat{A}C$ (දී ඇත)

AC පොදු පාදය වේ.

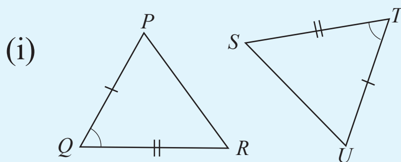
$\therefore ABC\Delta \equiv ADC\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

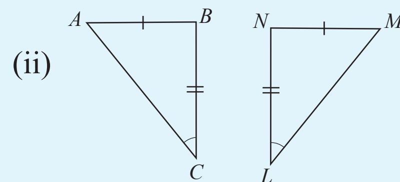
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

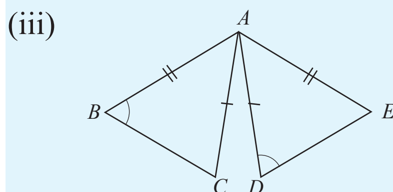
$\therefore BC = DC$ ද $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ ද $A\hat{C}B = A\hat{C}D$ ද වේ.

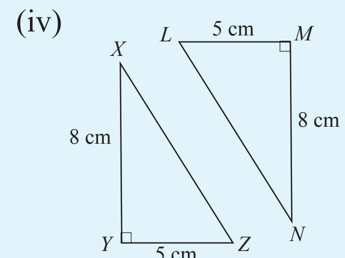
5.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති දත්ත අනුව අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා පා.කෝ.පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ පහත දැක්වෙන කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලට දැයි නිර්ණය කරන්න. එවැනි අවස්ථාවල දී අදාළ ත්‍රිකෝණ අංගසම බව සාධනය කර සමාන වන අනෙක් අනුරූප අංග යුගල ලියා දක්වන්න.

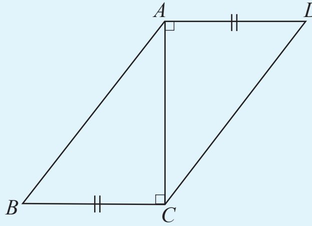
(i)


(ii)


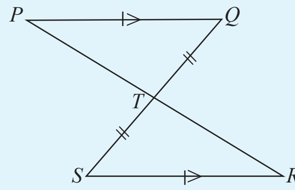
(iii)


(iv)


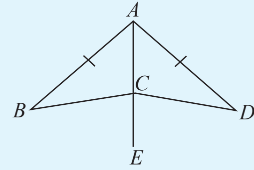
(v)



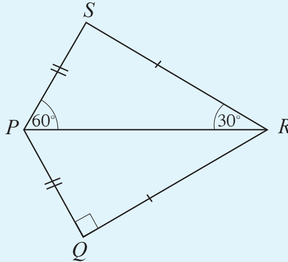
(vi)



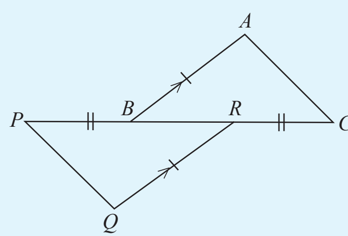
(vii)



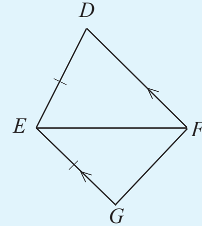
(viii)



(ix)



(x)



2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ ත්‍රිකෝණ යුගලවල දළ සටහන් අඳින්න. එම ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා, එහි සමාන වන අනෙක් අනුරූප අංග යුගල ලියා දක්වන්න.

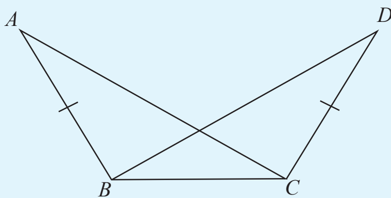
(i) PQR හා XYZ ත්‍රිකෝණවල $PQ = XZ, QR = XY, P\hat{Q}R = Y\hat{X}Z.$

(ii) ABC හා LMN ත්‍රිකෝණවල $AC = LN, BC = LM, A\hat{B}C = L\hat{M}N = 50°.$

(iii) DEF හා STU ත්‍රිකෝණවල $EF = TU, DF = SU, E\hat{F}D = T\hat{U}S.$

(iv) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල $BC = PQ, C\hat{B}A = Q\hat{P}R, AC = PR.$

3.



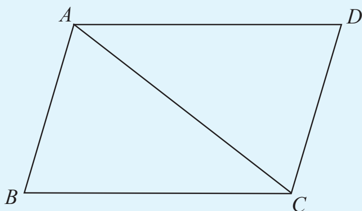
දී ඇති රූපයේ $AB = DC$ හා $A\hat{B}C = B\hat{C}D$ වේ.

(i) $ABC\Delta \equiv DCB\Delta$ බව

(ii) $AC = BD$ බව

සාධනය කරන්න.

4.



රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AD හා BC පාද දිගින් සමාන වන අතර එම පාද සමාන්තර ද වේ. දී ඇති දත්ත ලකුණු කොට

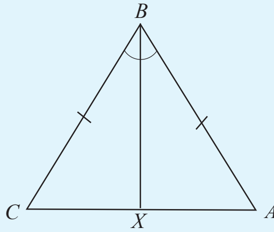
(i) $ABC\Delta \equiv ADC\Delta$ බව

(ii) $AB = DC$ බව

(iii) AB හා DC සමාන්තර බව

සාධනය කරන්න.

5.



ABC ත්‍රිකෝණයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත ඇසුරෙන්

(i) $ABX\Delta \equiv CBX\Delta$ බව

(ii) $A\hat{X}B = 90^\circ$ බව

සාධනය කරන්න.

6. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ O හි දී එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.

(i) $AOD\Delta \equiv BOC\Delta$ බව

(ii) AD හා BC රේඛා සමාන්තර බව

සාධනය කරන්න.

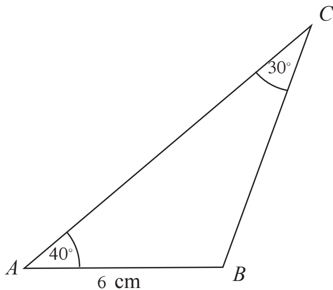
දැන් ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම බව හඳුනා ගත හැකි දෙවන අවස්ථාව සලකා බලමු.

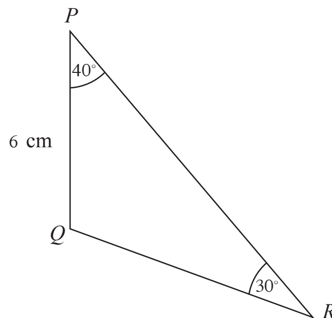
(*b*) දෙවන අවස්ථාව

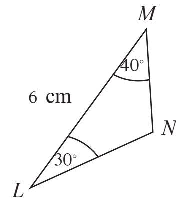
ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක්, තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වන අවස්ථාව

ක්‍රියාකාරකම

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ සලකන්න.







- ABC ත්‍රිකෝණය ට්‍රේසින් කඩදාසියක පිටපත් කර ගෙන කපා ගන්න.
- එය PQR හා LMN ත්‍රිකෝණ මත තබමින් සම්පාත වන්නේ කුමන ත්‍රිකෝණය සමග දැයි පරීක්ෂා කරන්න.
- ඒ අනුව ABC ත්‍රිකෝණය අංගසම වන ත්‍රිකෝණය කුමක් ද?

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ABC ත්‍රිකෝණය අංගසම වන්නේ PQR ත්‍රිකෝණයට පමණක් බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

මෙම අවස්ථාවේ දී ත්, ඉහත (a) අවස්ථාවේ දී මෙන්ම ABC ත්‍රිකෝණයෙහි ඇති අංග තුනකට සමාන අංග තුනක් අනෙක් ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි ම ඇත.
නමුත් ABC ත්‍රිකෝණය PQR ත්‍රිකෝණයට අංගසම වී ඇතත් LMN ත්‍රිකෝණයට අංගසම නොවේ. එනම් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග තුනකට සමාන වූ පමණින්ම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවන බව තවදුරටත් ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

එසේනම් ABC ත්‍රිකෝණය PQR ත්‍රිකෝණයට අංගසම වන බව හඳුනාගත හැකි තවත් ක්‍රමයක් විමසා බලමු. ABC ත්‍රිකෝණයේ දී ඇති 6 cm දිග පාදය පිහිටා ඇත්තේ, දී ඇති $30°$ කෝණය ඉදිරියෙන් ය. PQR ත්‍රිකෝණයේ ද එය එසේම ය. නමුත්, LMN ත්‍රිකෝණයේ එසේ නොවේ. මේ අනුව, ABC ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ දෙකක් PQR ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකකට සමාන වී ඇති අතර, ඊට අමතර ව, ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් පාදයක් PQR ත්‍රිකෝණයේ අනුරූප පාදයට සමාන වී ඇත. නමුත් LMN ත්‍රිකෝණයෙහි අනුරූප පාදයට සමාන වී නොමැත.

සටහන: මෙහි දී, ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි අනුරූප පාද ලෙස හැඳින්වූයේ සමාන වන කෝණ ඉදිරියෙන් ඇති පාදයි.

එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. මෙලෙස ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම **කෝ.කෝ.පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

ඉහත අවස්ථාවට අනුව පහත දැක්වෙන STU හා LMN ත්‍රිකෝණ යුගලය, දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් අංගසම බව පෙන්වන්නේ මෙසේ ය.

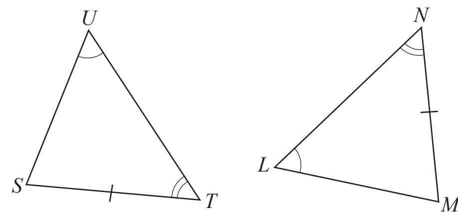
STU හා LMN ත්‍රිකෝණවල

$S\hat{T}U = L\hat{N}M$ (දී ඇත)

$T\hat{U}S = M\hat{L}N$ (දී ඇත)

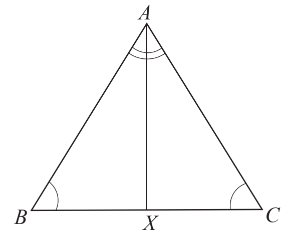
$ST = MN$ (දී ඇත)

$\therefore STU\,\Delta \equiv LMN\,\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)



සටහන: ඉහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි ST හා MN අනුරූප පාද වන අතර ඒවා සමාන වේ. ඒවා අනුරූප පාද වන්නේ, සමාන කෝණ වන $S\hat{U}T$ හා $M\hat{L}N$ ඉදිරියෙන් පිහිටන නිසා බව හොඳින් නිරීක්ෂණය කරන්න.

නිදසුන 1



රූපයේ ලකුණු කර ඇති දත්ත අනුව, $ABX\Delta \equiv ACX\Delta$ බව සාධනය කොට සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියන්න.

සාධනය: ABX හා ACX ත්‍රිකෝණවල

$A\hat{B}X = A\hat{C}X$ (දී ඇත)

$B\hat{A}X = C\hat{A}X$ (දී ඇත)

AX පොදු පාදය වේ.

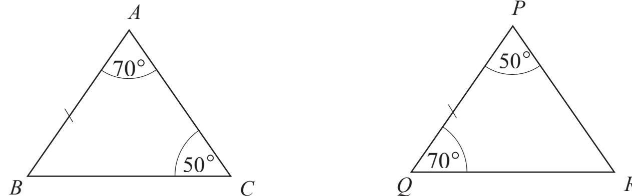
$\therefore ABX\Delta \equiv ACX\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore BX = CX, A\hat{X}B = A\hat{X}C, AB = AC$

නිදසුන 2

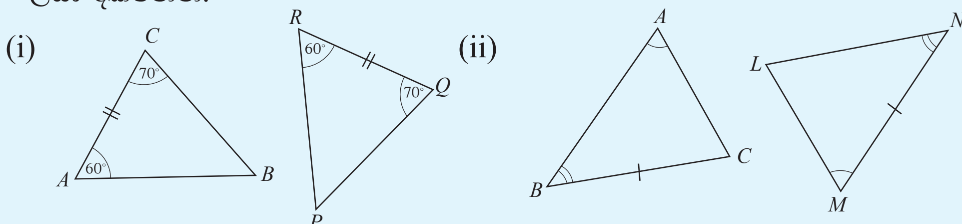
පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලය කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.



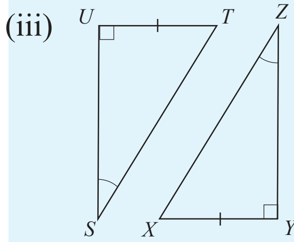
ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකක්, PQR ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ දෙකකට සමාන වී ඇත. තවද, $AB = PQ$ වේ. නමුත් ඒවා අනුරූප පාද නොවේ. එයට හේතුව, එම පාද ඉදිරියෙන් ඇති ACB හා PRQ කෝණ සමාන නොවීමයි. ($A\hat{C}B = 50^\circ$ වන අතර $P\hat{R}Q = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$ වේ.) එමනිසා මෙම ත්‍රිකෝණ දෙක කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම යැයි කීමට ප්‍රමාණවත් හේතු නොමැත.

5.2 අභ්‍යාසය

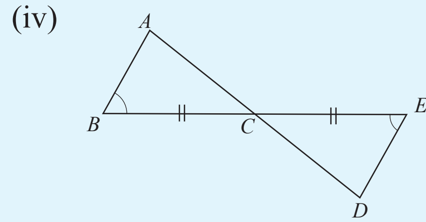
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලටදැයි සඳහන් කරන්න. එම ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම බව සාධනය කොට සමාන වන අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.



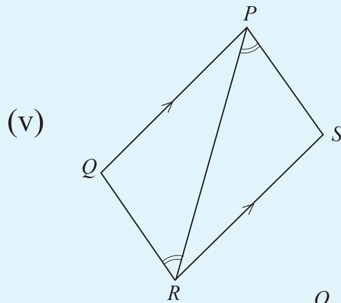
(iii)



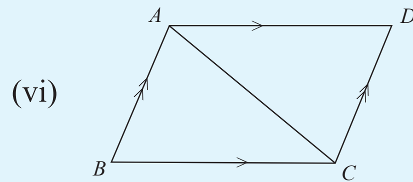
(iv)



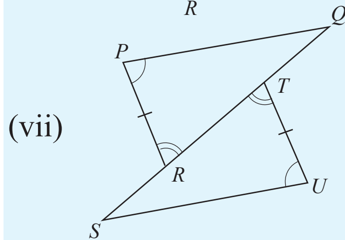
(v)



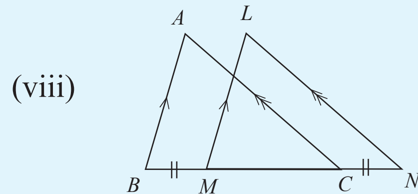
(vi)



(vii)



(viii)



2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ ත්‍රිකෝණයේ දළ සටහනක් අඳින්න. කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගලය තෝරා ඒවායේ සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

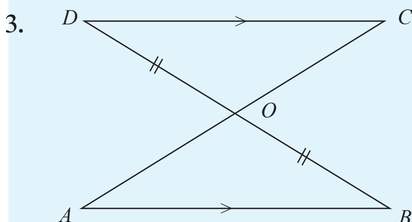
(i) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල $A\hat{B}C = P\hat{Q}R$, $A\hat{C}B = P\hat{R}Q$, $BC = QR$

(ii) XYZ හා LMN ත්‍රිකෝණවල $X\hat{Y}Z = L\hat{M}N = 90^\circ$, $Y\hat{X}Z = 30^\circ$, $M\hat{N}L = 60^\circ$, $YZ = MN$

(iii) STU හා PQR ත්‍රිකෝණවල $T\hat{S}U = Q\hat{R}P$, $TU = PR$, $T\hat{U}S = P\hat{Q}R$

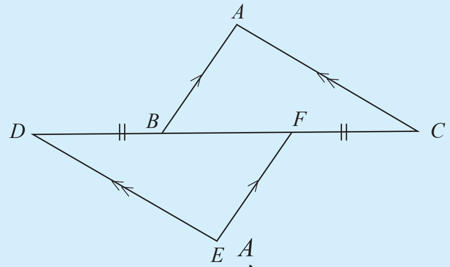
(iv) DEF හා ABC ත්‍රිකෝණවල $E\hat{D}F = B\hat{A}C = 40^\circ$, $D\hat{F}E = A\hat{C}B = 60^\circ$, $DE = BA$

3.

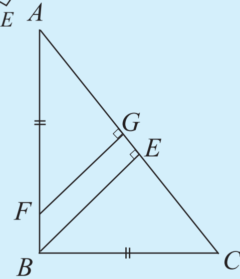


දී ඇති රූපයේ AB සහ CD රේඛා සමාන්තර වේ. $BO = OD$ ද වේ. $AOB\Delta \equiv DOC\Delta$ බව පෙන්වන්න.

4. AB හා EF රේඛා සහ AC හා DE රේඛා යුගල එකිනෙකට සමාන්තර වේ. $ABC\Delta \equiv EFD\Delta$ බව පෙන්වන්න.



5. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = 90^\circ$ වේ. $AF = BC$ වේ නම්, $AFG\Delta \equiv BCE\Delta$ බව සාධනය කරන්න.



6. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ වේ. BD මගින් $A\hat{D}C$ හා $A\hat{B}C$ සමච්ඡේදනය වේ. $ABD\Delta \equiv CBD\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසම බව හඳුනා ගත හැකි තුන්වන අවස්ථාව සලකා බලමු.

(c) තුන්වන අවස්ථාව

එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන වන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද තුනෙහි දිග දී ඇති විට අනන්‍ය ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කළ හැකි වේ ද? එසේ හැකිදැයි පසක් කර ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි නියැලෙන්න.

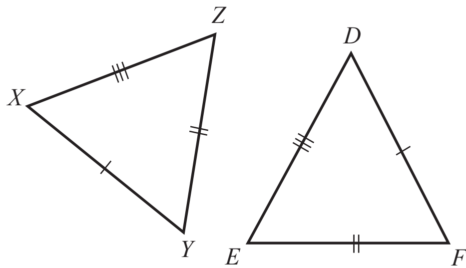
ක්‍රියාකාරකම

දිග සෙන්ටිමීටර 5ක්, 6ක්, හා 7ක් වන ඉරටු කැබලි දෙක බැගින් කඩා ගන්න. ඒවා භාවිතයෙන්, පාදවල දිග සෙන්ටිමීටර 5, 6 හා 7 බැගින් වන ත්‍රිකෝණ දෙකක් තනන්න. එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම විය යුතු බව ඔබට පෙනෙනවා ද? එක් ත්‍රිකෝණයක ඇති ඉරටු කැබලිවල පිහිටීම් වෙනස් කරමින්, අනෙක් ත්‍රිකෝණයට අංගසම නොවන ත්‍රිකෝණයක් ඔබට නිර්මාණය කළ හැකි ද? එසේ කළ නොහැකි බවට ඔබට පසක් වනු ඇත.

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ඔබ අත්දුටු මෙම ප්‍රතිඵලය ද ප්‍රත්‍යක්ෂයක් ලෙස ජ්‍යාමිතියේ දී භාවිත කළ හැකි ය.

ත්‍රිකෝණයක පාද තුන තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන වන්නේ නම්, එම ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ. මෙලෙස ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම **පා.පා.පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

XYZ හා DEF ත්‍රිකෝණ යුගලය ඉහත අවස්ථාවට අනුව අංගසම වන බව පහත පරිදි සාධනය කොට දැක්විය හැකි ය.



XYZ හා DFE ත්‍රිකෝණවල

$XY = DF$ (දී ඇත)

$YZ = FE$ (දී ඇත)

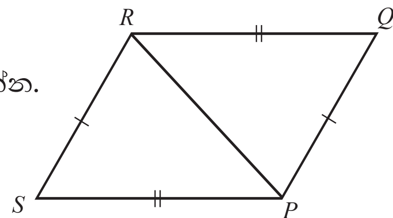
$ZX = ED$ (දී ඇත)

$\therefore XYZ\,\Delta \equiv DFE\,\Delta$ (පා.පා.පා.)

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව

$PQR\,\Delta \equiv PSR\,\Delta$ බව සාධනය කර ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියන්න.



සාධනය:

PQR හා PSR ත්‍රිකෝණවල

$PQ = RS$ (දී ඇත)

$QR = PS$ (දී ඇත)

PR පොදු පාදය වේ.

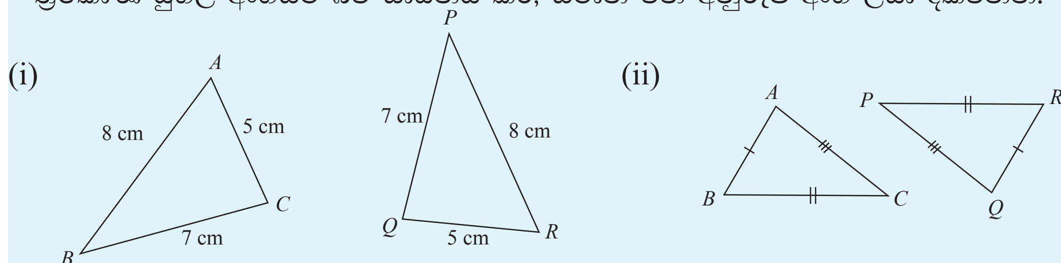
$\therefore PQR\,\Delta \equiv RSP\,\Delta$ (පා.පා.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

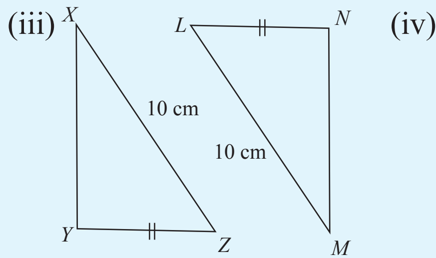
$\therefore R\hat{S}P = P\hat{Q}R,\ S\hat{R}P = Q\hat{P}R,\ S\hat{P}R = Q\hat{R}P$ වේ.

5.3 අභ්‍යාසය

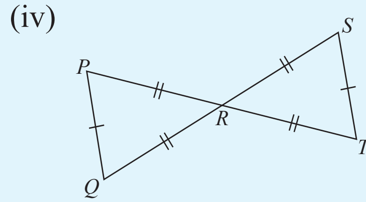
1. දී ඇති දත්ත අනුව අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා පා.පා.පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ පහත දැක්වෙන කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලට දැයි නිර්ණය කරන්න. එවැනි ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම බව සාධනය කර, සමාන වන අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.



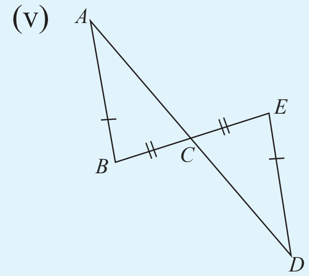
(iii)



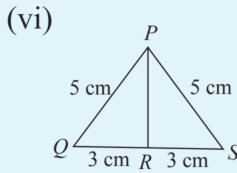
(iv)



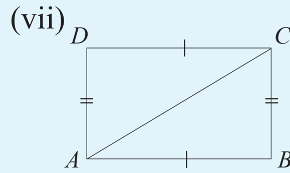
(v)



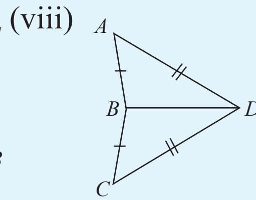
(vi)



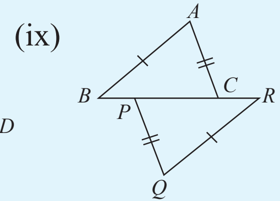
(vii)



(viii)



(ix)



2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් අදාළ ත්‍රිකෝණයේ දළ සටහනක් අඳින්න. පා.පා.පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල (ඇත්නම්) තෝරා, ඒවායේ සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = 4$ cm, $QR = 6$ cm, $RP = 5$ cm

XYZ ත්‍රිකෝණයේ $XY = 6$ cm, $YZ = 8$ cm, $ZX = 10$ cm

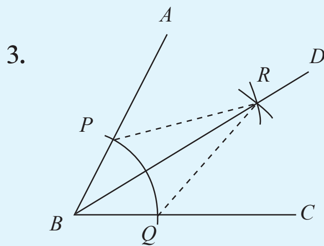
LMN ත්‍රිකෝණයේ $LM = 5$ cm, $NM = 4$ cm, $NL = 6$ cm

DEF ත්‍රිකෝණයේ $DE = 8$ cm, $EF = 10$ cm, $FD = 6$ cm

ABC ත්‍රිකෝණයේ $BC = 8$ cm, $CA = 7$ cm, $AB = 9$ cm

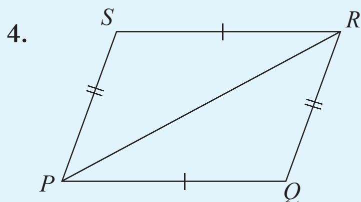
STU ත්‍රිකෝණයේ $ST = 9$ cm, $TU = 7$ cm, $SU = 5$ cm

3.



ශිෂ්‍යයකු රූපයේ දැක්වෙන ABC කෝණය සමච්ඡේද කිරීම සඳහා කේන්ද්‍රය වශයෙන් B ලක්ෂ්‍යය තෝරා ගෙන චාපයක් අඳියි. එමගින් AB හා BC බාහු ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P හා Q ලෙස නම් කෙරේ. P හා Q සිට සමාන දිගක් සහිත චාප දෙකක් R හි දී එකිනෙක ඡේදනය වන සේ අඳියි. $P\hat{B}R = Q\hat{B}R$ බව සාධනය කරන්න.

4.



$PQRS$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද දිගින් සමාන වේ.

(i) $PSR\,\Delta \equiv RQP\,\Delta$ බව

(ii) $P\hat{S}R = P\hat{Q}R$ බව

(iii) සම්මුඛ පාද සමාන්තර බව

සාධනය කරන්න.

5. සමපාද ත්‍රිකෝණයක එක් ශීර්ෂයක සිට ඊට සම්මුඛ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ඇඳි රේඛාව, එම සම්මුඛ පාදයට ලම්බක බව සාධනය කරන්න.

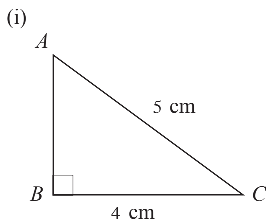
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම බව හඳුනා ගත හැකි විශේෂ අවස්ථාවක් සලකා බලමු.

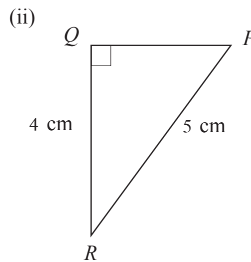
(*d*) හතරවන අවස්ථාව

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයට සමාන වන අවස්ථාව

ක්‍රියාකාරකම

කර්ණයේ දිග 5 cm ද තවත් පාදයක දිග 4 cm ද වන පරිදි අඳිනු ලැබූ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක් පහතින් පෙන්නුම් කෙරේ.

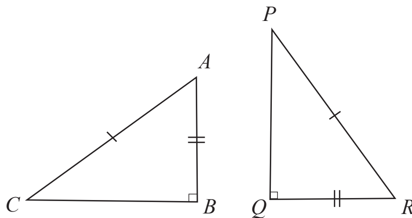




(i) රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණය ට්‍රෙෂු කඩදාසියක පිටපත් කර ගෙන එය (ii) රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණය සමඟ සම්පාත වන්නේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න. එම ත්‍රිකෝණ අංගසම වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක, සමාන වන අංග දෙකක් ඇසුරෙන් අංගසම බව පහත ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

එක් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වේ නම්, එම සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ. මෙලෙස සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීම **කර්ණ පා.** අවස්ථාවෙන් අංගසම වීම ලෙස කෙටියෙන් සඳහන් කෙරේ.

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක, දී ඇති තොරතුරු අනුව, අංගසම වන බව සාධනය කරමු.



ABC හා PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල

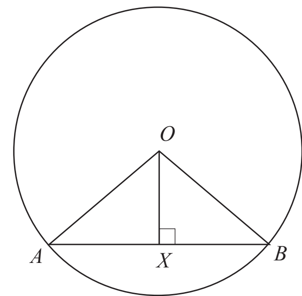
$AC = PR$ (දී ඇත)

$AB = QR$ (දී ඇත)

$\therefore ABC\,\Delta \equiv PQR\,\Delta$ (කර්ණ පා.)

ඉහත ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම නිසා ඉතිරි අනුරූප අංග ද සමාන වේ. එනම්,
$BC = PQ,\ B\hat{A}C = P\hat{R}Q,\ A\hat{C}B = Q\hat{P}R$ වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව $OXA\,\Delta \equiv OXB\,\Delta$ බව පෙන්වා ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග යුගල ලියා දක්වන්න.

සාධනය :

OXA හා OXB සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණවල

$OA = OB$ (වෘත්තයේ අර)

OX පොදු පාදය වේ.

$\therefore OXA\,\Delta \equiv OXB\,\Delta$ (කර්ණ පා. අවස්ථාව)

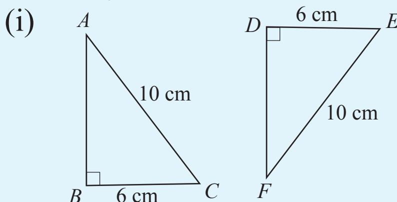
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore O\hat{A}X = O\hat{B}X,\ AX = BX,\ A\hat{O}X = B\hat{O}X$

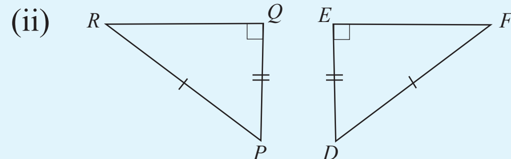
5.4 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති දත්ත අනුව අංගසම බව පෙන්වීම සඳහා කර්ණ පා. අවස්ථාව යොදා ගත හැක්කේ පහත දැක්වෙන කුමන ත්‍රිකෝණ යුගලවලට දැයි නිර්ණය කරන්න. එවැනි අවස්ථාවල දී අදාළ ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම බව සාධනය කර, සමාන වන ඉතිරි අංග ලියා දක්වන්න.

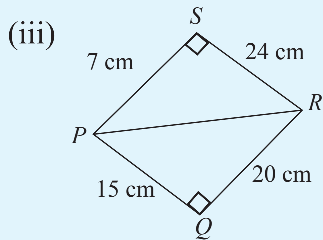
(i)



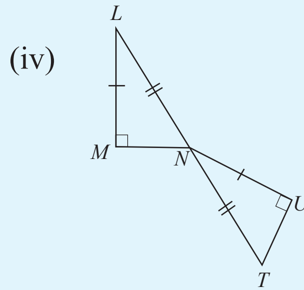
(ii)



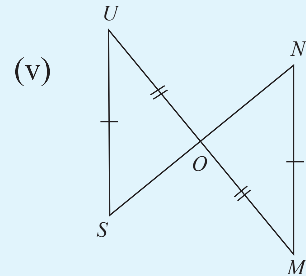
(iii)



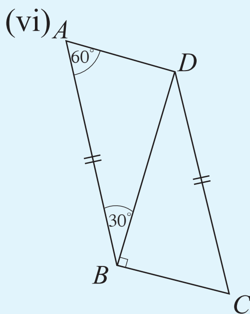
(iv)



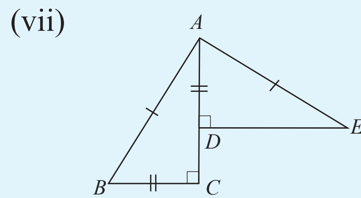
(v)



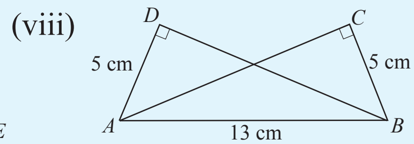
(vi)



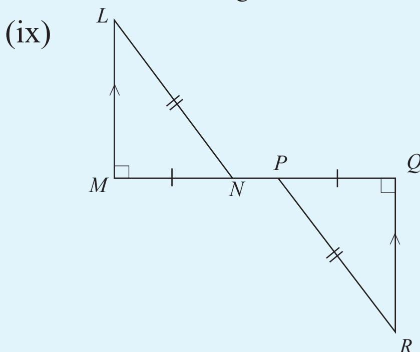
(vii)



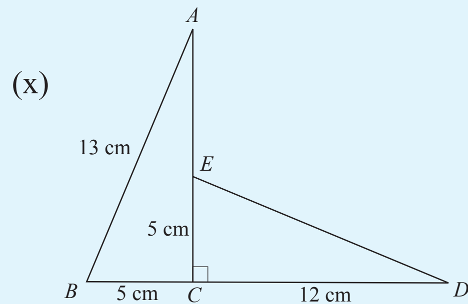
(viii)



(ix)



(x)



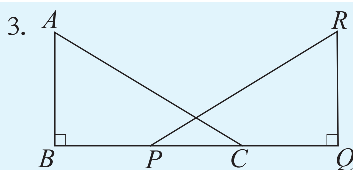
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවට අදාළ ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න. කර්ණ පා. අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන ත්‍රිකෝණ යුගල ඇත්නම් ඒවා තෝරා ඒවායේ සමාන වන ඉතිරි අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

(i) ABC හා PQR ත්‍රිකෝණවල $A\hat{B}C = P\hat{Q}R = 90^\circ$, $AC = PR = 5$ cm, $BC = 3$ cm, $QP = 4$ cm

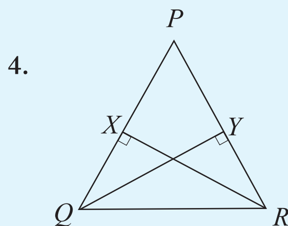
(ii) LMN හා XYZ ත්‍රිකෝණවල $L\hat{M}N = X\hat{Y}Z = 90^\circ$, $LM = XY$, $MN = YZ$

(iii) DEF හා PQR ත්‍රිකෝණවල $D\hat{E}F = P\hat{Q}R = 90^\circ$, $DF = PR$, $EF = PQ$

(iv) ABD හා ABC ත්‍රිකෝණවල $A\hat{D}B = A\hat{C}B = 90^\circ$, $AD = CB$

3. 

දී ඇති රූපයේ $AC = PR$ ද $AB = RQ$ ද වේ නම් $BP = CQ$ බව පෙන්වන්න.

4. 

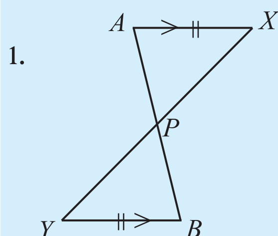
රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ Q හා R ලක්ෂ්‍යවල සිට පිළිවෙළින් RPට හා QPට ඇඳි QY හා RX ලම්බක දිගින් සමාන වේ.

(i) $XQR\Delta \equiv YRQ\Delta$ බව

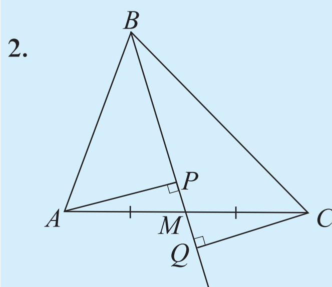
(ii) $X\hat{R}Q = Y\hat{Q}R$ බව

සාධනය කරන්න.

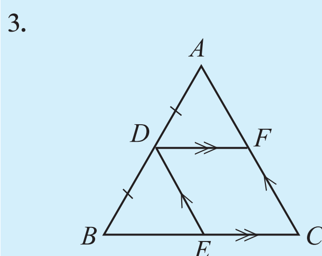
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. 

රූපයේ $AX//YB$ හා $AX = YB$ වේ. AB හා YX රේඛා P හි දී එකින් එක සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

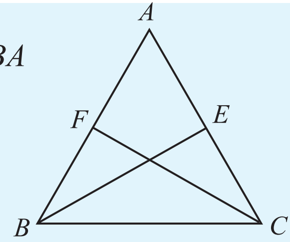
2. 

රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයෙහි AC පාදයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය M වේ. BM රේඛාවට A සිට ඇඳි ලම්බය AP ද C සිට දික්කළ BMට ඇඳි ලම්බය CQ ද වේ. $AMP\Delta \equiv CMQ\Delta$ බව පෙන්වන්න.

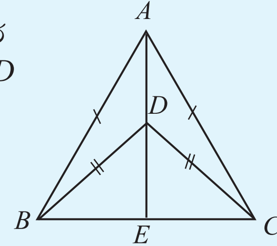
3. 

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව $ADF\Delta \equiv DBE\Delta$ බව පෙන්වන්න.

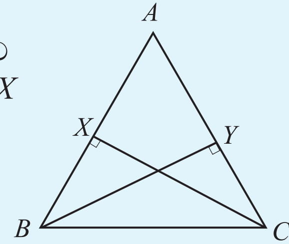
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. AC හා BA පාදවල මධ්‍යලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් E හා F වේ.
   (i) AB හා FC ලම්බක බව
   (ii) AC හා BE ලම්බක බව
   (iii) $CF = BE$ බව
   පෙන්වන්න.



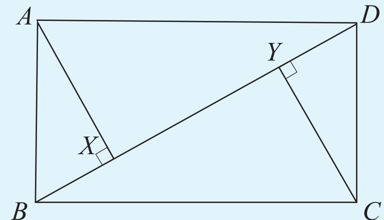
5. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වන අතර D යනු $BD = CD$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයකි. දික්කළ AD රේඛාවට BC පාදය E හිදී හමුවේ.
   (i) $ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ බව
   (ii) $BAE\Delta \equiv CAE\Delta$ බව
   (iii) AE හා BC ලම්බක බව
   සාධනය කරන්න.



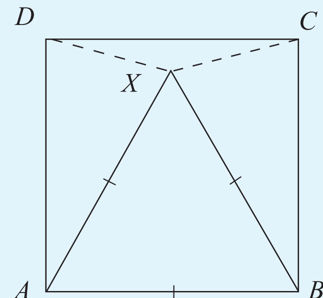
6. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ B හා C ශීර්ෂවල සිට AC හා AB පාදවලට ඇඳි ලම්බක පිළිවෙලින් BY හා CX වේ. $BY = CX$ වේ නම්
   (i) $AB = AC$ බව
   (ii) $X\hat{B}C = Y\hat{C}B$ බව
   පෙන්වන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ BD විකර්ණය මතට A හා C සිට ඇඳි ලම්බවල අඩි පිළිවෙලින් X හා Y වේ.
   (i) $AXD\Delta \equiv BYC\Delta$ බව
   (ii) $AX = CY$ බව
   (iii) $BX = DY$ බව
   (iv) $YDC\Delta \equiv XBA\Delta$ බව
   සාධනය කරන්න.



8. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තරව X ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ XAB සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පරිදි ය.
   (i) $AXD\Delta \equiv CBX\Delta$ බව
   (ii) DXC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව
   සාධනය කරන්න.



9. $ABCD$ සමචතුරස්‍රයේ BC හා DC පාද මත සමචතුරස්‍රයට පිටතින් BCF හා DCE සමපාද ත්‍රිකෝණ ඇඳ ඇත.

(i) ඉහත තොරතුරු දැක්වෙන දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

(ii) $EDA\,\Delta \equiv FBA\,\Delta$ බව

(iii) EAF ත්‍රිකෝණය සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව

පෙන්වන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය AE වේ. මෙහි D යනු AE මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.

(i) $ABE\,\Delta \equiv ACE\,\Delta$ බව

(ii) $BDE\,\Delta \equiv CDE\,\Delta$ බව

(iii) $ABD\,\Delta \equiv ACD\,\Delta$ බව

සාධනය කරන්න.

11. $ABCDE$ යනු සවිධි පංචාස්‍රයකි.

(i) $ABC\,\Delta \equiv AED\,\Delta$ බව

(ii) A සිට CDට ඇඳි ලම්බකයේ අඩිය X වේ නම් $CX = XD$ බව

පෙන්වන්න.

6

වර්ගඵලය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල සෙවීමට,
- කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇතුළත් තල රූපවල වර්ගඵලය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

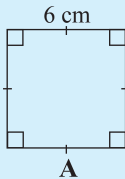
තල රූපවල වර්ගඵලය

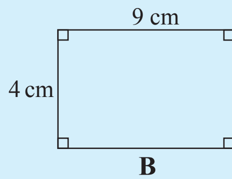
වර්ගඵලය යටතේ ඔබ මීට පෙර උගත් විෂය කරුණු නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.

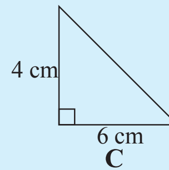
නම	තල රූපය	වර්ගඵලය ගණනය කරන ආකාරය	වර්ගඵලය (A) සඳහා සූත්‍රය
සෘජුකෝණාස්‍රය	a, b	දිග × පළල	$A = a \times b$
සමචතුරස්‍රය	a, a	(පාදයක දිග)^2	$A = a^2$
සමාන්තරාස්‍රය	h, a	ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = a \times h$
ත්‍රිකෝණය	h, a	$\frac{1}{2}$ × ආධාරකය × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2} \times a \times h$
ත්‍රපීසියම	a, h, b	$\frac{1}{2}$ × සමාන්තර පාද දෙකේ දිගෙහි එකතුව × ලම්බ උස	$A = \frac{1}{2}(a+b) \times h$
වෘත්තය	r	π × (අරය)^2	$A = \pi r^2$

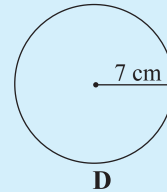
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

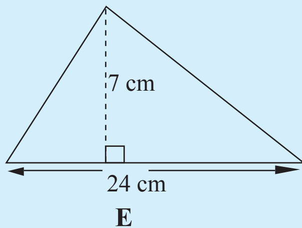
1. පහත දී ඇති එක් එක් තල රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

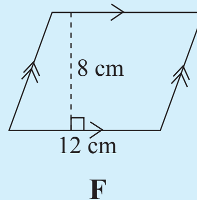


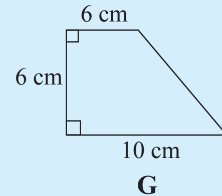




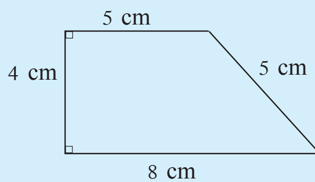


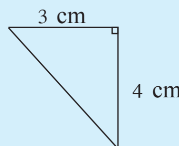


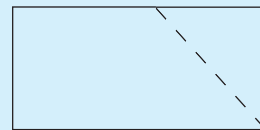




2. පහත දී ඇති A හා B රූපවලින් දැක්වෙන ත්‍රපීසියම හා ත්‍රිකෝණය එක් වීමෙන් C රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රය සෑදී ඇත.





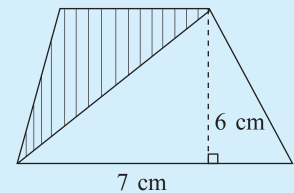


(i) A රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) B රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(iii) C රූපයේ දැක්වෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය A හා B රූපවල වර්ගඵල ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. රූපයේ දක්වා ඇත්තේ ත්‍රිකෝණ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුණ වර්ගඵලය 33 cm^2 වූ ත්‍රපීසියමකි. එහි අඳුරු කර ඇති ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

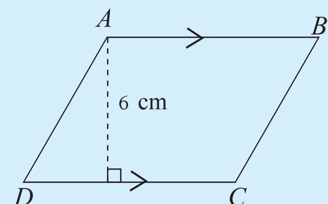


4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ වර්ගඵලය 120 cm^2 වූ සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි පරිමිතිය 64 cm වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් එහි,

(i) CD පාදයේ දිග

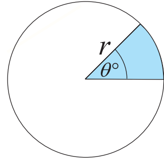
(ii) BC පාදයේ දිග

සොයන්න.



6.1 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය

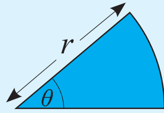
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක පරිමිතිය සොයන ආකාරය පරිමිතිය පාඩම යටතේ විමසා බැලුවෙමු. දැන්, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය විමසා බලමු.



පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රික කෝණය විශේෂ අගයන් ගන්නා අවස්ථා ගණනාවක දී එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයා ඇති ආකාරය යි.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය වෘත්තයෙන් භාගයක් ලෙස	කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය
	1	πr^2
	$\frac{1}{2}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{4}$
	$\frac{3}{4}$	$\pi r^2 \times \frac{3}{4}$
120° 120° 120°	$\frac{1}{3}$	$\pi r^2 \times \frac{1}{3}$
10°	$\frac{10}{360}$	$\pi r^2 \times \frac{10}{360}$
θ°	$\frac{\theta}{360}$	$\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

වගුවේ දී ඇති රටාව අනුගමනය කළ විට,
අරය r වන හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන,



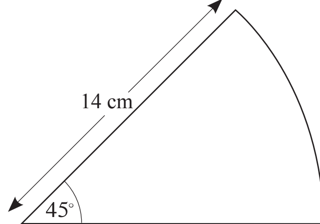
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන අයුරු නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

මෙම පරිච්ඡේදයේ අඩංගු නිදසුන් හා අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1

පහත රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



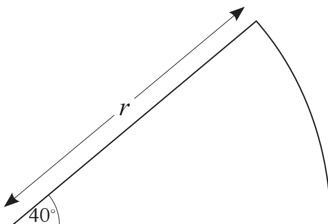
$$\text{වර්ගඵලය} = \pi r^2 \times \frac{45}{360}$$
$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{45}{360}$$
$$= 77$$

එනම්, වර්ගඵලය 77 cm^2 වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $17\frac{1}{9}\text{cm}^2$ නම්, එහි අරය සොයන්න.

අරය සෙන්ටිමීටර r ලෙස ගනිමු.

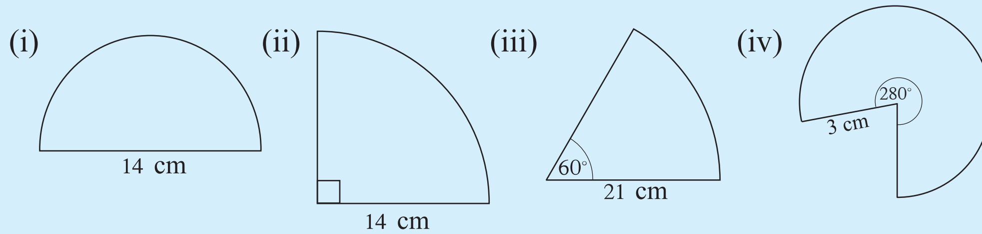


$$\text{වර්ගඵලය} = \pi r^2 \times \frac{40}{360}$$
$$17\frac{1}{9} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{9}$$
$$\frac{154}{9} = \frac{22}{7} \times r^2 \times \frac{1}{9}$$
$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22}$$
$$\therefore \quad r = 7$$

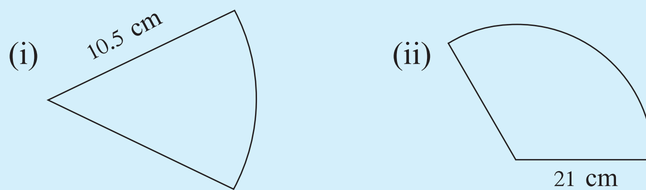
එනම්, අරය 7 cm වේ.

6.1 අභ්‍යාසය

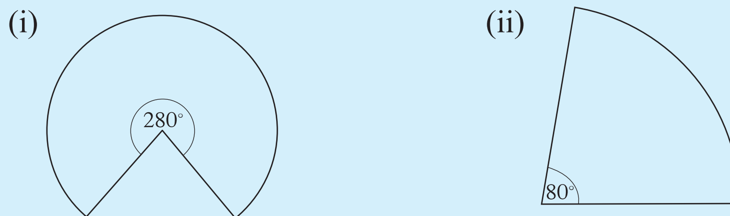
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



2. පහත දී ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවල වර්ගඵල පිළිවෙළින් 77 cm^2 හා 462 cm^2 වේ. එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය සොයන්න.



3. පහත දී ඇති එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵල පිළිවෙළින් 792 cm^2 හා $6\frac{2}{7}$ cm^2 වේ. එම එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ අරය සොයන්න.

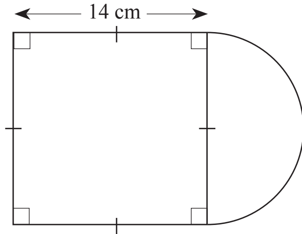


6.2 කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආශ්‍රිත තල රූප

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සමග සෘජුකෝණාස්‍ර, ත්‍රිකෝණ වැනි සරල තල රූප සම්බන්ධ වීමෙන් සෑදෙන තල රූපවල වර්ගඵල පිළිබඳ සලකා බලමු.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයක් හා අර්ධ වෘත්තයක් සම්බන්ධ ව සෑදී ඇති තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 14 \times 14$

$= 196 \text{ cm}^2$

අර්ධ වෘත්තයේ විශ්කම්භය සමචතුරස්‍රයේ පැත්තක දිගට සමාන නිසා, වෘත්තයේ අරය $= 14 \div 2 = 7 \text{ cm}$

අර්ධ වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times \pi r^2$

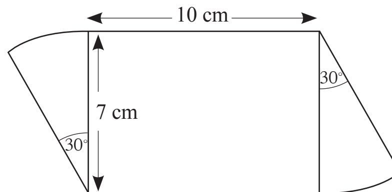
$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}_1} \times \cancel{7}^1 \times 7 = 77 \text{cm}^2$

$\therefore$ සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය $= 196 \text{ cm}^2 + 77 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{273 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2

පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රයක් සහ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් එක් වීමෙන් සෑදුණ තල රූපයකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 7$

$= 70 \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{30}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{30}{360}$

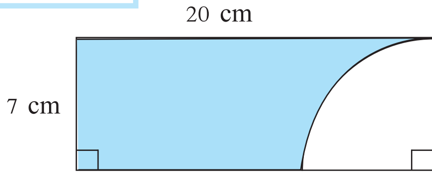
$= \frac{77}{6} \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකේම වර්ගඵලය $= \frac{77}{6} \text{ cm}^2 \times 2 = \frac{77}{3} = 25\frac{2}{3} \text{ cm}^2$

සංයුක්ත තල රූපයේ වර්ගඵලය $= 70 \text{cm}^2 + 25\frac{2}{3} \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{95\frac{2}{3} \text{cm}^2}}$

නිදසුන 3



සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවකින්, වෘත්ත කාලක කොටසක් ඉවත් කළ විට ඉතිරි වන කොටස රූපයේ අඳුරු කොට ඇත. එම අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සොයන්න.

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 20 \times 7$

$= 140 \text{ cm}^2$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 \times \frac{90}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \frac{90}{360}$

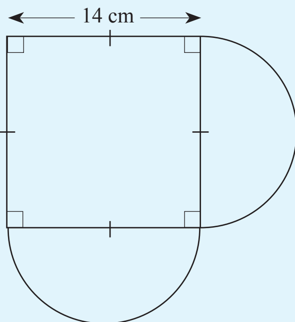
$= 38.5 \text{ cm}^2$

එමනිසා අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය $= 140 - 38.5 \text{ cm}^2$

$= 101.5 \text{ cm}^2$

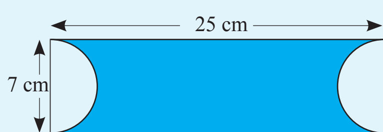
6.2 අභ්‍යාසය

1. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රයකට, අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකක් සම්බන්ධ කර සාදා ගත් සංයුක්ත තල රූපයකි. පහත දැක්වෙන දෑ සොයන්න.



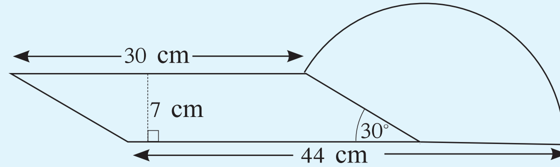
(i) සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය
(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක අරය
(iii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකෙහි සම්පූර්ණ වර්ගඵලය
(iv) සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කඩදාසියකින් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකක් ඉවත් කිරීමෙන් අඳුරු කළ කොටස ලැබී ඇත.



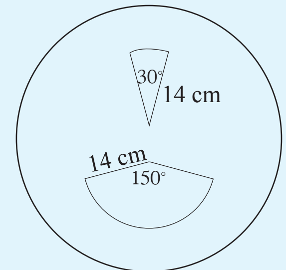
(i) සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් දෙකෙහි සම්පූර්ණ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමාන්තරාස්‍රයක් හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් එක් වීමෙන් සෑදුණ තල රූපයකි.

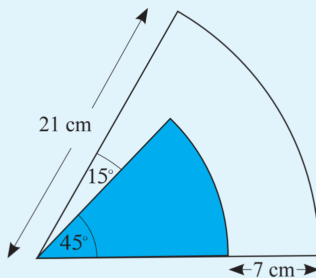


(i) සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(iii) සංයුක්ත රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය 28 cm වූ වෘත්තාකාර තහඩුවකි. රූපයේ පෙන්වා ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙක කපා ඉවත් කිරීමට නියමිත ය. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙක කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි වන කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

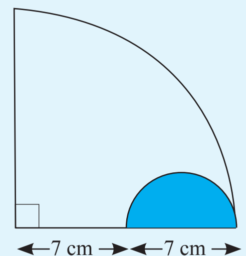


5. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකක් සහිත රූපයක් පහත දැක්වේ.



කුඩා හා විශාල කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 2හි වර්ගඵල අතර අනුපාතය 1 : 3 වන බව පෙන්වන්න.

6. රූපයේ දී ඇති මිනුම් අනුව, අඳුරු නොකළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය, අඳුරු කළ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය මෙන් 7 ගුණයක් වන බව පෙන්වන්න.



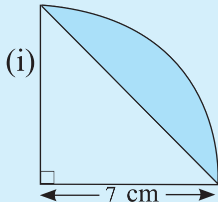
සාරාංශය

අරය r හා කේන්ද්‍රයේ කෝණය θ වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $\pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ වේ.

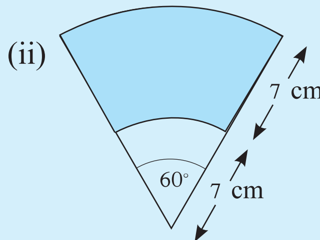
මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවලින් සැදි එක් එක් රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

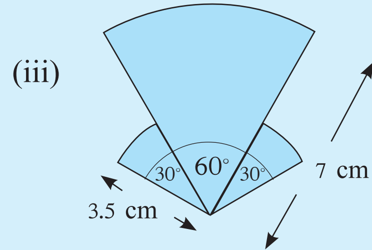
(i)



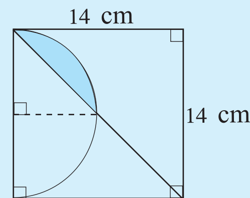
(ii)



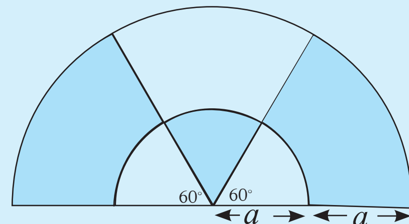
(iii)



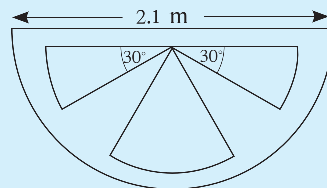
2. අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.



3. අඳුරු නොකළ හා කළ කොටස්වල වර්ගඵල අතර අනුපාතය 5 : 7 වන බව පෙන්වන්න.



4. සමරු ඵලකයක් ඉදිරිපස බිමෙහි යොදා ඇති නිර්මාණයක දළ සටහනක් රූපයේ දැක්වේ. එහි අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස තුළ ඇති කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආකාර කොටස් 3හි තණකොළ වවා ඇති අතර ඉතිරි කොටසේ සුදු වැලි අතුරා ඇත. සෑම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකම අරය 84 cm බැගින් වේ.



(i) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ අරය සෙන්ටිමීටර කීය ද?

(ii) අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය වර්ග සෙන්ටිමීටරවලින් සොයන්න.

(iii) කේන්ද්‍ර කෝණය 30° වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයන්න.

(iv) විශාල කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය කුඩා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ දෙකෙහි වර්ගඵලවල එකතුවට වඩා වර්ග සෙන්ටිමීටර 1848කින් වැඩි වේ නම්, එහි කේන්ද්‍ර කෝණයේ අගය සොයන්න.

(v) සුදු වැලි අතුරා ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

7

වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක සාධක සෙවීමට
- වර්ග දෙකක අන්තරයක් දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමට හැකියාව

ලැබෙනු ඇත.

වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක

$2x + 6$ යනු ද්විපද වීජීය ප්‍රකාශනයක් බව අපි දනිමු. එය $2(x + 3)$ ලෙස දැක්විය හැකි නිසා, 2 හා $x + 3$ එහි සාධක බව ද දනිමු.

එසේම, $4x^2 + 6x = 2x(2x + 3)$ නිසා $2, x$ හා $(2x + 3)$ යනු $4x^2 + 6x$ හි සාධක වේ.
$a^2 - 2a + ab - 2b$ හි සාධක සොයමු.

$$a^2 - 2a + ab - 2b = a(a-2) + b(a-2)$$
$$= (a-2)(a+b)$$

එනම්, $a^2 - 2a + ab - 2b$ හි සාධක $a - 2$ හා $a + b$ වේ.

මීට කලින් උගත්, ඉහතින් දැක්වූ සාධක වෙන් කිරීමේ අවස්ථා තවදුරටත් මතක් කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

A. **a.** $3x+12$ **b.** $p^2 - p$ **c.** $x^2 + 3xy$
d. $2a - 4a^2$ **e.** $p^2q - pq$ **f.** $2pq - 4p^2q$
g. $3m^2n + n^2$ **h.** $2a^2 - 4ab$ **i.** $2a^2 - 8ab - 2b^2$
j. $5x^2 - 10x^2y^2 - 15x^2y$ **k.** $3x^2y - 6x^2y^2 + 6xy^2$ **l.** $a^2bc + ab^2c - abc^2$

B. **a.** $x(a+b) + y(a+b)$ **b.** $2a(3x+y) - b(3x+y)$
c. $p(2a-3b) + q(2a-3b)$ **d.** $2(x-3) - xy + 3y$
e. $3b + 3 + a(b+1)$ **f.** $x^2 - xy + 4x - 4y$
g. $a^2 - 2ab - 5a + 10b$ **h.** $m - 3mn - n + 3n^2$

2. පහත දැක්වෙන (i) හා (ii) හි හිස්තැන් සම්පූර්ණ කර, ඊට පහතින් දී ඇති එක් එක් ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

(i) $a\,(2x - y) + b\,(y - 2x)$
$= a\,(2x - y) - b\,(........)$
$= (........)\,(........)$

(ii) $p\,(a - b) - q\,(b - a)$
$= p\,(a - b)\ ....\ q\,(a - b)$
$= (a - b)\,(........)$

a. $x\,(2p - q) - y\,(q - 2p)$
b. $3x\,(2a - b) + 2y\,(b - 2a)$
c. $m\,(l - 2n) - p\,(2n - l)$
d. $k\,(2x + y) - l\,(y + 2x)$
e. $a\,(x + 3y) - b\,(-x - 3y)$
f. $b\,(m - 2n) + d\,(2n - m)$

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන හැඳින්වීම

දැන් අපි $x^2 + 2x - 3$ ආකාරයේ වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීම පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු. මෙම ප්‍රකාශනය, $ax^2 + bx + c$ ආකාරයට පවතී. a, b හා c සියල්ල නිශ්ශූන්‍ය වන $ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයකට x හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් යැයි කියනු ලැබේ. මෙහි a ට x^2 හි සංගුණකය යැයි ද b ට x හි සංගුණකය යැයි ද cට නියත පදය යැයි ද කියනු ලැබේ. ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක පද මෙම අනුපිළිවෙළට ලියූ විට එහි සාධක සෙවීම පහසු වේ.

$x^2 + 2x - 3$ හි x^2 හි සංගුණකය 1 ද x හි සංගුණයක 2 ද නියත පදය -3 ද වේ. $4 + 2x - x^2$ ප්‍රකාශනය ද ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. එය $-x^2 + 2x + 4$ ලෙස සාධක සෙවීමට පහසු පිළිවෙළට ලිවිය හැකි ය.

$x^2 + 2xy - y^2$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනය සැලකූ විට එය x හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස හෝ y හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සැලකිය හැකි ය. y හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සලකන විට එය $-y^2 + 2xy + x^2$ ලෙස ලියා ගැනීම පහසු ය.

නිදසුන් ලෙස, $3x^2 - 2x - 5$, $a^2 + 2a + 8$, $y^2 + 2y - 5$ හා $5 - 2x - 3x^2$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන වුවත් $a + 2x + 3$ හෝ $2x^3 + 3x^2 - 5x$ යන ප්‍රකාශන ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන නොවේ.

7.1 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක් වන $x + 2$ හා $x + 3$ හි ගුණිතය ලබා ගත් ආකාරය මතකයට නගා ගනිමු.

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3) &= x(x+3) + 2(x+3)\\ &= x^2 + \underbrace{3x + 2x} + 6\\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

$x + 2$ හා $x + 3$ හි ගුණිතය ලෙස $x^2 + 5x + 6$ ලැබී ඇති නිසා $x + 2$ හා $x + 3$ යන්න $x^2 + 5x + 6$ හි සාධක වේ. $x^2 + 5x + 6$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයකි. එහි සාධක ලෙස $x + 2$ හා $x + 3$ වෙන් කර ගත හැක්කේ කෙසේ ද? ඉහත ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකේ ගුණිතය ලබා ගැනීමට යොදා ගත් පියවර අග සිට මුලට විශ්ලේෂණය කර බලමු.

- $x^2 + 5x + 6$ ආකාරයට ඇති ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ, මැද පදය වන $5x$, පද දෙකක එකතුවක් ලෙස, එනම් $3x + 2x$ ලෙස දක්වා ඇත.
- $3x$ හා $2x$ පදවල ගුණිතය $= 3x \times 2x = 6x^2$.
- $x^2 + 5x + 6$ වන ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ මුල හා අග පදවල ගුණිතය ද $x^2 \times 6 = 6x^2$.

ඉහත විශ්ලේෂණයෙන් ලද නිරීක්ෂණ, ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවීමට යොදා ගත හැකි ය. එනම්, මැද පදය, පද දෙකක එකතුවක් ලෙස ලිවිය යුතු ය. එම පද දෙකෙහි ගුණිතය, ත්‍රිපද ප්‍රකාශනයේ මුල් හා අවසාන පද දෙකෙහි ගුණිතයට සමාන විය යුතු ය.

නිදසුනක් ලෙස $x^2 + 7x + 10$ හි සාධක වෙන් කරමු. මෙහි මැද පදය $7x$ වේ. එය පද දෙකක එකතුවක් ලෙස ලිවිය යුතු ය. එසේ ම, එම පද දෙකෙහි ගුණිතය $10x^2$ ද විය යුතු ය. එනම්,

$$\text{මුල හා අග පදවල ගුණිතය} = x^2 \times 10 = 10x^2$$
$$\text{මැද පදය} = 7x$$

ගුණිතය $10x^2$ ද එකතුව $7x$ ද වන පද යුගලය සොයමු. ඒ සඳහා පහත වගුව නිරීක්ෂණය කරමු. වගුවෙහි පළමු තීරයේ ඇති පද යුගල තෝරාගෙන ඇත්තේ ගුණිතය $10x^2$ වන පරිදිය.

පද යුගලය	ගුණිතය	එකතුව
$x, 10x$	$x \times 10x = 10x^2$	$x + 10x = 11x$
$2x, 5x$	$2x \times 5x = 10x^2$	$2x + 5x = 7x$
$(-x), (-10x)$	$(-x) \times (-10x) = 10x^2$	$(-x) + (-10x) = -11x$
$(-2x), (-5x)$	$(-2x) \times (-5x) = 10x^2$	$(-2x) + (-5x) = -7x$

වගුව අනුව, මැද පදය වන $7x$ ලිවිය යුත්තේ $2x + 5x$ ලෙස බව පැහැදිලි ය. ඒ අනුව, දී ඇති වර්ගජ ප්‍රකාශනයෙහි සාධක සොයමු.

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 10 &= x^2 + 2x + 5x + 10 \\ &= x(x+2) + 5(x+2) \\ &= \underline{\underline{(x+2)(x+5)}} \end{aligned}$$

$\therefore$ $x^2 + 7x + 10$ හි සාධක, $x + 2$ හා $x + 5$ වේ.

ඉහත $x^2 + 7x + 10$ හි මැද පදය, $2x + 5x$ වෙනුවට $5x + 2x$ ලෙස ලියා සාධක සෙවූ විට අවසාන සාධක වෙනස් වේ දැයි බලමු.

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 10 &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x(x + 5) + 2(x + 5) \\ &= \underline{\underline{(x + 5)(x + 2)}} \end{aligned}$$

මේ අනුව, එම සාධක යුගලයම ලැබී ඇත. එබැවින් තෝරා ගත් පද ලියන අනුපිළිවෙළ අවසාන සාධක කෙරෙහි බල නොපායි. ඒ අනුව, $7x = 2x + 5x$ හෝ $7x = 5x + 2x$ යන ආකාර දෙකෙන් කැමති ආකාරයකට ලියා මෙහි දී සාධක සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 1

$a^2 - 8a + 12$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= a^2 \times 12 = 12a^2$

මැද පදය $= -8a$

ගුණිතය $12a^2$ ද, පදවල එකතුව $-8a$ ද වන පද දෙක සොයමු. පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ ගුණිතය $12a^2$ වන පද යුගල කිහිපයකි. ඒවායේ එකතුව $-8a$ වන යුගලය අඳුරු කොට ඇත.

පද යුගලය	ගුණිතය	එකතුව
$a, 12a$	$a \times 12a = 12a^2$	$a + 12a = 13a$
$2a, 6a$	$2a \times 6a = 12a^2$	$2a + 6a = 8a$
$3a, 4a$	$3a \times 4a = 12a^2$	$3a + 4a = 7a$
$(-a), (-12a)$	$(-a) \times (-12a) = 12a^2$	$(-a) + (-12a) = -13a$
$(-2a), (-6a)$	$(-2a) \times (-6a) = 12a^2$	$(-2a) + (-6a) = -8a$
$(-3a), (-4a)$	$(-3a) \times (-4a) = 12a^2$	$(-3a) + (-4a) = -7a$

එනම් $-8a = -2a - 6a$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

$$a^2 - 8a + 12 = a^2 - 2a - 6a + 12$$
$$= a(a-2) - 6(a-2)$$
$$= \underline{\underline{(a-2)(a-6)}}$$

සටහන : මෙහි වගුවක් යොදා ඇත්තේ නිදර්ශනය කිරීම සඳහා පමණි. මැද පදය එකතුවක් ලෙස මනෝමයෙන් ද ගෙන ලිවිය හැකි ය.

නිදසුන 2

$x^2 - 7x - 8$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= x^2 \times (-8) = -8x^2$

මැද පදය $= -7x$

ගුණිතය $-8x^2$ ද එකතුව $-7x$ ද වන පද යුගලය වන්නේ $+x$ හා $-8x$ ය.

ඒ අනුව,

$$x^2 - 7x - 8 = x^2 + x - 8x - 8$$
$$= x(x+1) - 8(x+1)$$
$$= \underline{\underline{(x+1)(x-8)}}$$

වර්ගජ පදය සෘණ වන $-x^2 - x + 6$ වැනි ප්‍රකාශනයක සාධක වෙන් කරන ආකාරය බලමු. මෙම ප්‍රකාශනයේ වර්ගජ පදය අගට සිටින සේ $6 - x - x^2$ ආකාරයට ලිවීමෙන් ද සාධක සෙවිය හැකි ය. මෙම ආකාර දෙකෙන් ම සාධක සෙවිය හැකි බව පහත නිදසුනෙන් හඳුනා ගනිමු.

නිදසුන 3

$-x^2 - x + 6$ හි සාධක සොයන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= -6x^2$

මැදපදය $= -x$

එමනිසා $-x = 2x - 3x$ ලෙස ලිවිය යුතු ය.

$$\begin{aligned} &-x^2 - x + 6 \\ &= -x^2 + 2x - 3x + 6 \\ &= x(-x+2) + 3(-x+2) \\ &= (-x+2)(x+3) \\ &= \underline{\underline{(2-x)(x+3)}} \end{aligned}$$

හෝ

$$\begin{aligned} &6 - x - x^2 \\ &= 6 + 2x - 3x - x^2 \\ &= 2(3+x) - x(3+x) \\ &= (3+x)(2-x) \\ &= \underline{\underline{(2-x)(x+3)}} \end{aligned}$$

නිදසුන 4

$a^2 - 4ab - 5b^2$ හි සාධක වෙන් කරන්න. මෙය a හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වශයෙන් සැලකිය හැකි ය.

එවිට, $a^2 - 4ab - 5b^2$ හි,

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= a^2 \times (-5b^2) = -5a^2b^2$

මැද පදය $= -4ab$

ගුණිතය $-5a^2b^2$ ද එකතුව $-4ab$ ද වූ පද දෙක ab හා $-5ab$ වේ.

$$\begin{aligned} a^2 - 4ab - 5b^2 &= a^2 + ab - 5ab - 5b^2 \\ &= a(a+b) - 5b(a+b) \\ &= \underline{\underline{(a+b)(a-5b)}} \end{aligned}$$

සටහන : මෙය b හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් වශයෙන් සලකා ද සාධක වෙන් කළ හැකි ය. එවිට ද ඉහත පිළිතුරම ලැබේ.

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන සාධකවල නිරවද්‍යතාව

ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක සාධක වෙන් කර, එම සාධක නිවැරදි දැයි පරීක්ෂා කිරීම තුළින් සුළු කිරීමේ දී වන වැරදි අවම කර ගත හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස $x^2 + 3x - 40$ හි සාධක වෙන් කරමු.

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 40 &= x^2 + 8x - 5x - 40 \\ &= x(x+8) - 5(x+8) \\ &= \underline{\underline{(x+8)(x-5)}} \end{aligned}$$

මෙම $x + 8$ හා $x - 5$ සාධක යුගලය නිවැරදි නම්, ඒවායේ ගුණිතයෙන් මුල් ප්‍රකාශනය ලැබිය යුතුයි. $(x + 8)(x - 5)$ ගුණිතය සොයමු.

$$(x + 8)(x - 5) = x^2 - 5x + 8x - 40$$
$$= \underline{\underline{x^2 + 3x - 40}}$$

$x^2 + 3x - 40$ ලැබී ඇති නිසා එහි $x + 8$ හා $x - 5$ සාධක නිවැරදි වේ.

7.1 අභ්‍යාසය

1. පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

වීජීය පද යුගලය	ගුණිතය	එකතුව
$4x, x$	$4x^2$	$5x$
$2x, 7x$	....	....
$-5x, x$	....	....
$-3a, -7a$	....	....
$-p, -5p$	....	....
$2mn, -8mn$	....	....
....	$-4x^2$	$3x$
....	$-7x^2$	$6x$
....	$-10a^2$	$-3a$
....	$8p^2$	$6p$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

A. **a.** $x^2 + 6x + 8$ **b.** $a^2 - 8a + 15$ **c.** $p^2 + 8p + 12$

d. $x^2 - 10x + 21$ **e.** $m^2 + 11m + 24$ **f.** $y^2 - 11y + 18$

g. $n^2 + 15n + 14$ **h.** $x^2 - 17x + 30$ **i.** $a^2 + 14a + 49$

j. $p^2 - 12p + 35$ **k.** $p^2 + 8p - 20$ **l.** $x^2 - 3x - 10$

m. $p^2 + p - 20$ **n.** $n^2 - 4n - 21$ **o.** $a^2 + 3a - 28$

p. $y^2 - 4y - 12$ **q.** $m^2 - 40 + 6m$ **r.** $5p + p^2 - 24$

s. $45 + x^2 - 14x$ **t.** $n^2 - 28 - 12n$

B. a. $10-3x-x^2$ **b.** $12-p-p^2$ **c.** $12-4x-x^2$

d. $50+5x-x^2$ **e.** $18+7a-a^2$ **f.** $56-y-y^2$

C. a. $a^2+7ab+10b^2$ **b.** $x^2+3xy+2y^2$

c. $p^2-7pq+12q^2$ **d.** $y^2+10ay+24a^2$

e. $a^2-10ab+21b^2$ **f.** $x^2-2xy-8y^2$

g. $p^2+pq-12q^2$ **h.** $y^2-3py-10p^2$

i. $a^2-ab-20b^2$ **j.** $x^2+6xy-40y^2$

3. x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවකට තවත් සංඛ්‍යාවක් එකතු කිරීමෙන් හා x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවෙන් වෙනත් සංඛ්‍යාවක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන ප්‍රකාශනවල ගුණිතය x^2+x-56 විය.
   (i) දී ඇති ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයන්න.
   (ii) x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවට එකතු කර ඇත්තේ කීයක් ද?
   (iii) x මගින් දැක්වෙන සංඛ්‍යාවෙන් අඩු කර ඇත්තේ කීයක් ද?

7.2 ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක තවදුරටත්

අප මේ දක්වා සාකච්ඡා කළේ x^2 පදයෙහි සංගුණකය 1 හෝ -1 වන වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක සොයන ආකාරය යි. x^2 හි සංගුණකය වෙනත් නිඛිල අගයක් ගන්නා අවස්ථාවල දී සාධක සොයන අයුරු දැන් සලකා බලමු. $3x^2+14x+15$ ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනය සලකා බලමු. එය ax^2+bx+c ආකාරයට පවතී. එහි a හි අගය 3 වේ. මෙහි දී ද ඉහත ක්‍රමය ම යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1 $3x^2+14x+15$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $=45x^2$
මැද පදය $=14x=5x+9x$ ලෙස ලිවිය යුතු ය. ($5x\times 9x=45x^2$ නිසා)

$$\therefore\ 3x^2+14x+15 = 3x^2+5x+9x+15$$
$$= x(3x+5)+3(3x+5)$$
$$= \underline{\underline{(3x+5)(x+3)}}$$

නිදසුන 2

$6x^2 + x - 15$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

$6x^2 + x - 15$

$= 6x^2 + 10x - 9x - 15$

$= 2x(3x+5) - 3(3x+5)$

$= \underline{\underline{(3x+5)(2x-3)}}$

නිදසුන 3

$2a^2 + 13ab - 7b^2$ හි සාධක වෙන් කරන්න.

$2a^2 + 13ab - 7b^2$

$= 2a^2 - ab + 14ab - 7b^2$

$= a(2a-b) + 7b(2a-b)$

$= \underline{\underline{(2a-b)(a+7b)}}$

ඉහත නිදසුන්වල දී $ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ප්‍රකාශනවල a, b හා c නිඛිල විය. ඒවා භාග සංඛ්‍යා වන විට දී ද පහත නිදසුනේ දැක්වෙන ආකාරයෙන් එහි සාධක සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 4

$x^2 + \frac{5}{2}x + 1$ වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයන්න.

මෙහි දී මුලින් ම, දී ඇති වීජීය ප්‍රකාශනය පොදු හරයක් යටතට ගනිමු.

$$x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = \frac{2x^2 + 5x + 2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(2x^2 + 5x + 2)$$

දැන් වරහන තුළ ඇති වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක සොයමු.

$$2x^2 + 5x + 2 = 2x^2 + x + 4x + 2$$

$$= x(2x+1) + 2(2x+1)$$

$$= (2x+1)(x+2)$$

එමනිසා, $x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = \frac{1}{2}(2x+1)(x+2)$

7.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.

A.

a. $2x^2 + 3x + 1$ **b.** $5a^2 - 7a + 2$ **c.** $2x^2 - x - 1$

d. $4p^2 + 4p - 3$ **e.** $6x^2 + 3x - 3$ **f.** $2x^2 - 11xy + 15y^2$

g. $2y^2 - 5ya + 3a^2$ **h.** $2a^2 + 7ab + 6b^2$ **i.** $5p^2 - 9pq - 2q^2$

j. $2m^2 + 3mn - 2n^2$ **k.** $x^2y^2 + 10xy + 16$ **l.** $2x^3 - x^2y - 3xy^2$

2. සාධක දැනුම භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් සංඛ්‍යාත්මක ප්‍රකාශනයේ අගය සොයන්න.

a. $8^2 + 7 \times 8 + 10$ **b.** $93^2 + 3 \times 93 - 28$
c. $27^2 - 4 \times 27 - 21$ **d.** $54^2 + 2 \times 54 - 24$

7.3 වර්ග දෙකක අන්තරයක් සේ දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල සාධක

$(x - y)$ හා $(x + y)$ යන ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකෙහි ගුණිතය සලකන්න.

$$(x - y)(x + y) = x^2 + xy - xy - y^2$$
$$= x^2 - y^2$$

මේ අනුව, $(x + y)(x - y)$ යන්න $x^2 - y^2$ ලෙස, වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස ලැබී ඇත. එනම් $x^2 - y^2$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක සාධක $x - y$ හා $x + y$ බව ඉහත නිදසුනට අනුව පැහැදිලි ය. තව ද, $x^2 - y^2$ යන්න x හි වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ලෙස සලකා ද එහි සාධක සෙවිය හැකි ය. එහි මැද පදය 0 ලෙස යොදා ගෙන x හි ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශනයක් ආකාරයට, එනම් $x^2 + 0 - y^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. එහි සාධක වෙන් කරමු.

මුල හා අග පදවල ගුණිතය $= - x^2y^2$

මැද පදය $= 0$ විය යුතු ය.

ඒ අනුව ගුණිතය $- x^2y^2$ වන සේත් එකතුව 0 වන සේත් ගත හැකි පද යුගලය වන්නේ $- xy$ හා xy ය.

$$x^2 + 0 - y^2 = x^2 - xy + xy - y^2$$
$$= x(x - y) + y(x - y)$$
$$= (x - y)(x + y)$$

$\therefore$ මෙමගින් ද $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ ලෙස ලැබේ.

වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස සාධක සොයා ගෙන ඇති පහත නිදසුන් දෙස බලන්න.

නිදසුන 1

(i)

$x^2 - 4$
$= x^2 - 2^2$
$= \underline{\underline{(x - 2)(x + 2)}}$

(ii)

$4x^2 - 9$
$= (2x)^2 - 3^2$
$= \underline{\underline{(2x - 3)(2x + 3)}}$

(iii)

$25a^2 - 16b^2$
$= (5a)^2 - (4b)^2$
$= \underline{\underline{(5a - 4b)(5a + 4b)}}$

දෙන ලද නිදසුන් අධ්‍යයනය කර පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

7.3 අභ්‍යාසය

1. හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

(i) $x^2 - 36$
$= x^2 - ....^2$
$= (x-6)(x+6)$

(ii) $9 - y^2$
$= .... - ....$
$= (......)(......)$

(iii) $25x^2 - 4y^2$
$= (...)^2 - (...)^2$
$= (......)(......)$

(iv) $2a^2 - 8b^2$
$= 2(..............)$
$= 2(a^2 - (....)^2)$
$= 2(......)(......)$

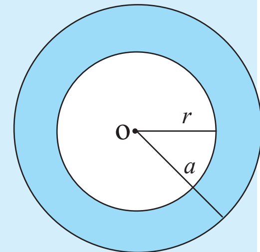
(v) $3p^2 - 27q^2$
$= 3(..... - ....)$
$= 3\,[(...)^2 - (...)^2]$
$= ......(......)(......)$

(vi) $a^2b^2 - 1$
$= (ab)^2 - ....$
$= (... - ...)(... + ...)$

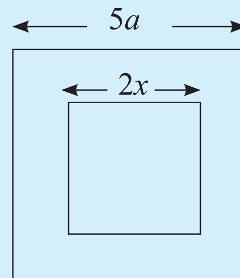
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනයේ සාධක වෙන් කරන්න.

a. $y^2 - 81$ **b.** $16 - b^2$ **c.** $100 - n^2$ **d.** $m^2n^2 - 1$
e. $16a^2 - b^2$ **f.** $4x^2 - 25$ **g.** $9p^2 - 4q^2$ **h.** $400 - 4n^2$
i. $8x^2 - 2$ **j.** $4x^2y^2 - 9y^2$

3. කේන්ද්‍රය O වූ ඒක කේන්ද්‍රික වෘත්ත දෙකක් රූපයේ දැක්වේ. කුඩා වෘත්තයේ අරය r ද, විශාල වෘත්තයේ අරය a ද වේ.
(i) කුඩා වෘත්තයේ වර්ගඵලය π හා r ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(ii) විශාල වෘත්තයේ වර්ගඵලය π හා a ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(iii) රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සඳහා π, r හා a ඇතුළත් ප්‍රකාශනයක් ලියා, එය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.



4. පැත්තක දිග ඒකක $5a$ හා ඒකක $2x$ වූ සමචතුරස්‍ර දෙකක් රූපයේ දැක්වේ.
(i) කුඩා සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය x ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(ii) විශාල සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය a ඇසුරෙන් දක්වන්න.
(iii) විශාල සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය කුඩා සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලයට වඩා වර්ග ඒකක $(5a + 2x)\,(5a - 2x)$ ප්‍රමාණයකින් වැඩි බව පෙන්වන්න.



7.4 වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක තවදුරටත්

වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස සලකා සාධක සෙවිය හැකි බොහෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇත. පහත නිදසුනෙහි දැක්වෙන්නේ එවැනි අවස්ථා දෙකකි.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන එක් එක් වීජීය ප්‍රකාශනය සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(i) $(x + 2)^2 - y^2$ (ii) $(a - 2)^2 - (a + 5)^2$

(i) $(x+2)^2 - y^2$

$= [(x+2) - y]\ [(x+2) + y]$

$= \underline{\underline{(x+2-y)(x+2+y)}}$

(ii) $(a-2)^2 - (a+5)^2$

$= [(a-2) - (a+5)]\ [(a-2) + (a+5)]$

$= [a-2-a-5][a-2+a+5]$

$= \underline{\underline{-7(2a+3)}}$

7.4 අභ්‍යාසය

1. සාධක වෙන් කරන්න.

a. $(x+1)^2 - 4$ **b.** $(y-2)^2 - 9$ **c.** $(2a+3)^2 - 49$
d. $(4x-3y)^2 - 25$ **e.** $(2p+3)^2 - 4q^2$ **f.** $25 - (x+3)^2$
g. $4 - (a-2)^2$ **h.** $16 - (m+2)^2$ **i.** $(m+2)^2 - (m+1)^2$
j. $(2x+3)^2 - (x-2)^2$

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. සාධක වෙන් කරන්න.

a. $(x-y)^2 - 4a^2b^2$ **b.** $x^2y^2 + 10xy + 16$
c. $p^2q^2 - pq - 20$ **d.** $2x^3 - x^2y - 3xy^2$
e. $6x^2 - 2x - 4$ **f.** $(x+1)^2 - (x-3)^2$
g. $x(x+5) - 14$ **h.** $(2x-1)^2 - 4$

2. සාධක වෙන් කරන්න (ඉඟිය: $x^2 = y$ ලෙස ගන්න).

a. $x^4 + 5x^2 + 6$ **b.** $x^4 - 16$
c. $2x^4 + 14x^2 + 24$ **d.** $1 - 81x^4$

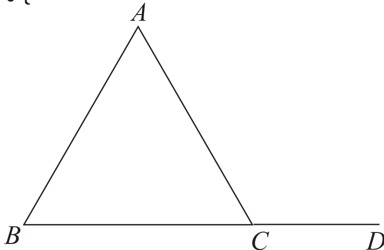
8 ත්‍රිකෝණ I

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

ත්‍රිකෝණයක කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයන් ඇසුරෙන් අනුමේයයන් සාධනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

8.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණ

පහත රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටි $A\hat{C}B$ $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ යන කෝණ ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ (හෝ, කෙටියෙන්, ත්‍රිකෝණයේ කෝණ) ලෙස හැඳින්වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය, රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට D තෙක් දික් කර ඇත. එවිට, සෑදෙන $A\hat{C}D$ යනු ත්‍රිකෝණයේ **බාහිර කෝණයකි**. BCD යනු එකම සරල රේඛාවක් නිසා, $A\hat{C}B$ යනු $A\hat{C}D$ ට පරිපූරක බද්ධ කෝණයයි.

එම $A\hat{C}B$ හැර ත්‍රිකෝණයෙහි අනෙක් කෝණ දෙක වන $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ ට $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයෙහි **අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ** යැයි කියනු ලැබේ. මේ ආකාරයට ම ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාද දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණවලට අදාළ ව ද අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ යුගල බැගින් පවතී.

පහත දැක්වෙන ප්‍රමේයයෙන් ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණයක් හා එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ අතර සම්බන්ධයක් දැක්වේ.

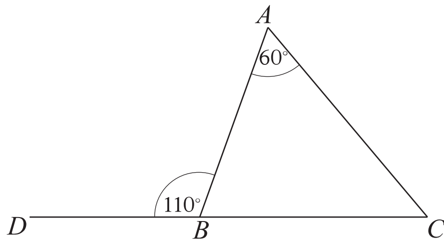
ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක ඕනෑම පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වේ.

ඒ අනුව, ඉහත ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා,

$$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$$

මෙම ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින්, ගැටලු විසඳන ආකාරය සලකා බලමු.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.

ඉහත ප්‍රමේයයට අනුව,

$B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{B}D$ (අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව = බාහිර කෝණය)

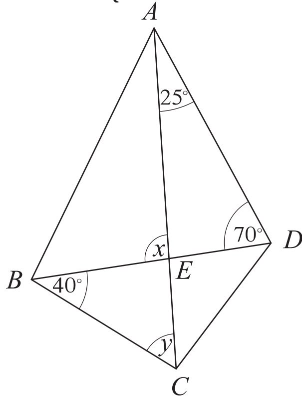
$\therefore 60^\circ + A\hat{C}B = 110^\circ$

$\therefore \quad A\hat{C}B = 110^\circ - 60^\circ$

$\underline{\underline{A\hat{C}B = 50^\circ}}$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{E}B$ හා $B\hat{C}E$ අගය සොයන්න.



$A\hat{E}B = x$ හා

$B\hat{C}E = y$ ලෙස ගනිමු.

$A\hat{E}B$ යනු AED ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් බව පැහැදිලි ය.

ඒ අනුව, $x = 25^\circ + 70^\circ$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$= \underline{\underline{95^\circ}}$

තවද $A\hat{E}B$ යනු BCE ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් නිසා,

$y + 40^\circ = x$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$\therefore \ y + 40^\circ = 95^\circ$

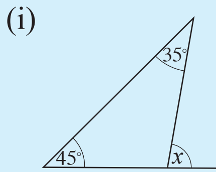
$\therefore \ y = 95^\circ - 40^\circ$

$\underline{\underline{y = 55^\circ}}$

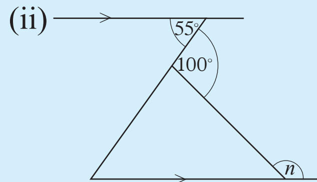
8.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනෙහි අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.

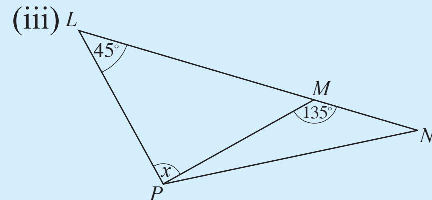
(i)



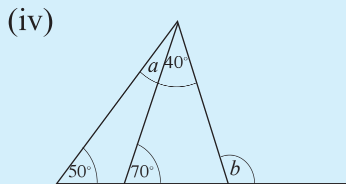
(ii)



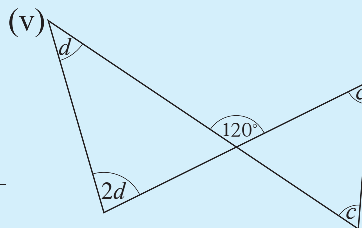
(iii)



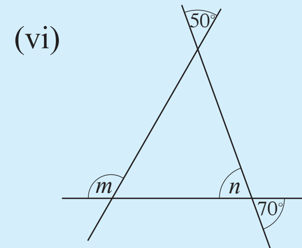
(iv)



(v)

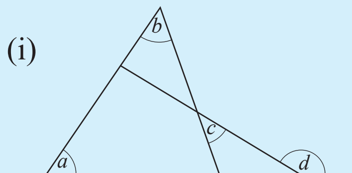


(vi)

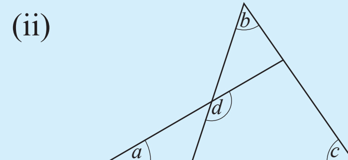


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනෙහි දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව, a,b හා c ඇසුරෙන් d හි අගය ප්‍රකාශ කරන්න.

(i)

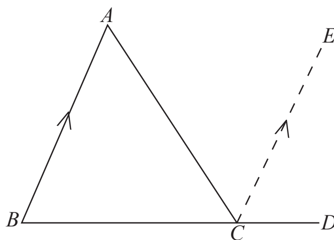


(ii)



8.2 ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයේ විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

විධිමත් සාධනය:



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D තෙක් දික් කර තිබේ

සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ බව

නිර්මාණය : BA ට සමාන්තරව C හරහා CE ඇඳීම.

සාධනය :

$E\hat{C}D = A\hat{B}C$ ($BA // CE$ නිසා අනුරූප කෝණ) ——— ①

$A\hat{C}E = B\hat{A}C$ ($BA // CE$ නිසා ඒකාන්තර කෝණ) ——— ②

① හා ② න්

$E\hat{C}D + A\hat{C}E = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ භාවිතයෙන්)

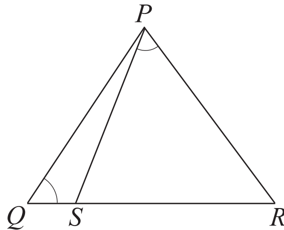
නමුත් රූපයට අනුව; $E\hat{C}D$ හා $A\hat{C}E$ බද්ධ කෝණ යුගලයේ එකතුව $A\hat{C}D$ වේ.

$\therefore \underline{\underline{A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C}}$

විධිමත් ව සාධනය කළ බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය සමඟ මෙතෙක් උගත් වෙනත් ප්‍රමේයයන් ද යොදා ගැනීමෙන්, අනුමේයය සාධනය කරමු.

නිදසුන 1

PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදය මත S ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $P\hat{Q}S = S\hat{P}R$ වන සේ ය. $Q\hat{P}R = P\hat{S}R$ බව සාධනය කරන්න.
මුලින් ම දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් කර දළ රූප සටහනක් අඳිමු.



සාධනය:
PQS ත්‍රිකෝණයේ, QS පාදය R තෙක් දික් කිරීම නිසා, $P\hat{S}R$ යනු PQS ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයකි.

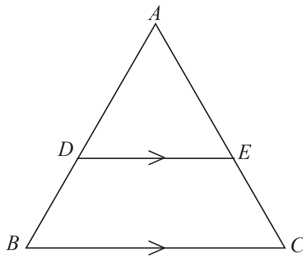
$\therefore Q\hat{P}S + P\hat{Q}S = P\hat{S}R$

$\therefore Q\hat{P}S + S\hat{P}R = P\hat{S}R$ ($P\hat{Q}S = S\hat{P}R$ නිසා)

නමුත් $Q\hat{P}S + S\hat{P}R = Q\hat{P}R$ (බද්ධ කෝණ)

$\therefore \underline{\underline{Q\hat{P}R = P\hat{S}R}}$ (ප්‍රත්‍යක්ෂ මගින්)

නිදසුන 2



රූප සටහනේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $B\hat{A}C + A\hat{B}C = D\hat{E}C$ බව සාධනය කරන්න.

$D\hat{E}C$ යනු ADE ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයක් නිසා

$$D\hat{E}C = D\hat{A}E + A\hat{D}E$$

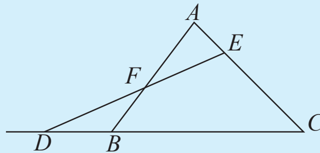
$D\hat{A}E$ හා $B\hat{A}C$ එකම කෝණ වන අතර

$A\hat{D}E = A\hat{B}C$ (අනුරූප කෝණ $DE//BC$)

එබැවින්, $\underline{\underline{D\hat{E}C = B\hat{A}C + A\hat{B}C}}$

8.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ $B\hat{D}F = E\hat{A}F$ නම් $F\hat{B}C = F\hat{E}C$ බව සාධනය කිරීම සඳහා පහත දී ඇති හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



සාධනය: $F\hat{B}C$ යනු DBF ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයක් නිසා

$F\hat{B}C = ... + ...$

නමුත් $B\hat{F}D = ...$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

හා $B\hat{D}F = ...$ (..........)

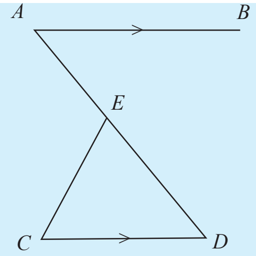
$\therefore$ $F\hat{B}C = ... + ...$

තව ද $C\hat{E}F$ යනු $AEF\Delta$ හි බාහිර කෝණයක් නිසා

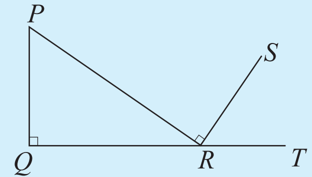
$F\hat{E}C = ... + ...$ (..........)

$\therefore$ $\underline{\underline{F\hat{B}C = F\hat{E}C}}$

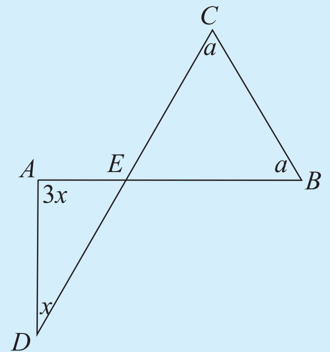
2. රූපයේ දැක්වෙන AB හා CD රේඛා එකිනෙකට සමාන්තර වේ. $A\hat{E}C = B\hat{A}D + E\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.



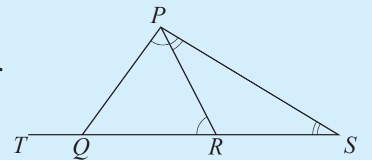
3. රූපයේ දැක්වෙන $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{R}S$ ඍජුකෝණ වේ. QRT එකම සරල රේඛාවක් නම්, $Q\hat{P}R = S\hat{R}T$ බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි AB හා CD සරල රේඛා E හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. දී ඇති තොරතුරු අනුව $a = 2x$ බව පෙන්වන්න.



5. දී ඇති රූපයේ $P\hat{R}Q = Q\hat{P}R$ ද $R\hat{P}S = P\hat{S}R$ ද වේ. දී ඇති දත්ත අනුව $P\hat{Q}T = 4\,P\hat{S}R$ බව පෙන්වන්න.
(ඉඟියඃ $P\hat{S}R = x$ ලෙස ගන්න)



6. PQR ත්‍රිකෝණයේ PQට ලම්බව RS ද PRට ලම්බව QT ද ඇත. (S හා T පිළිවෙළින් PQ හා PR මත පිහිටා ඇත.) SR හා QT, U හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $S\hat{Q}U = T\hat{R}U$ බව සාධනය කරන්න.

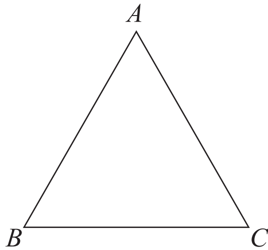
7. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය E තෙක් දික් කර තිබේ. $B\hat{A}C = C\hat{A}D$ වන සේත් CE පාදය D හි දී හමු වන සේ AD ඇඳ ඇති අතර $B\hat{A}C = A\hat{B}C$ වේ.

(i) $A\hat{C}D = 2\,A\hat{B}C$ බව

(ii) $A\hat{D}E = 3\,A\hat{B}C$ බව

සාධනය කරන්න.

8.3 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයය



ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$ හා $A\hat{C}B$ වේ. මෙම කෝණ තුනේ අගයන්ගේ එකතුව 180° ක් බව අපි දනිමු. එය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්වේ.

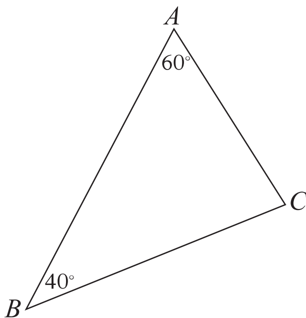
ප්‍රමේයය: ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180^0 කි.

එනම් ඉහත රූපයට අදාළ ව $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$

ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳන අයුරු සලකා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව, $A\hat{C}B$ හි අගය සොයන්න.



$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය)

$\therefore\ 60^\circ + 40^\circ + A\hat{C}B = 180^\circ$

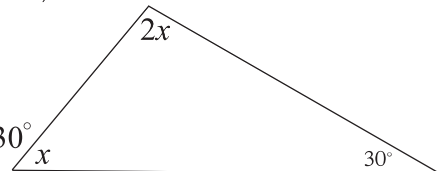
$A\hat{C}B = 180^\circ - 100^\circ$

$\therefore\ \underline{\underline{A\hat{C}B = 80^\circ}}$

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු භාවිතයෙන් x හි අගය සොයන්න.

ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය 180° බැවින්,



$\therefore\ x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore\ 3x + 30^\circ = 180^\circ$

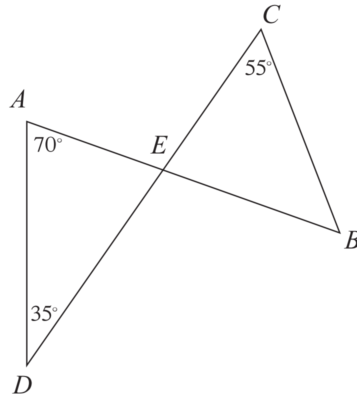
$\therefore\ 3x = 180^\circ - 30^\circ$

$3x = 150^\circ$

$\therefore\ \underline{\underline{x = 50^\circ}}$

නිදසුන 3

AB හා CD සරල රේඛා E හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. $A\hat{D}E = 35^\circ$, $D\hat{A}E = 70^\circ$ හා $E\hat{C}B = 55^\circ$ නම් $C\hat{B}E$ හි අගය සොයන්න.
මුලින් ම, දී ඇති තොරතුරු ඇතුළත් රූපය අඳින්න.



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,
ADE ත්‍රිකෝණයේ,

$A\hat{D}E + D\hat{A}E + A\hat{E}D = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$A\hat{E}D + 35^\circ + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad A\hat{E}D = 180^\circ - 105^\circ$

$= 75^\circ$

නමුත් $A\hat{E}D = B\hat{E}C$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore \quad B\hat{E}C = 75^\circ$

දැන්, BEC ත්‍රිකෝණයේ,

$B\hat{E}C + B\hat{C}E + C\hat{B}E = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$C\hat{B}E = 180^\circ - (75^\circ + 55^\circ)$

$= 180^\circ - 130^\circ$

$= \underline{\underline{50^\circ}}$

නිදසුන 4

අභ්‍යන්තර කෝණ 55°, 60° සහ 75° වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.

දී ඇති කෝණ තුනේ එකතුව $= 55^\circ + 60^\circ + 75^\circ$

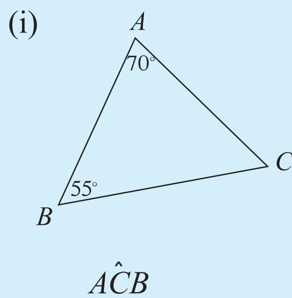
$= 190^\circ$

ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව 180°ක් විය යුතු යි. ඉහත කෝණ තුනේ එකතුව 180°ට අසමාන නිසා, දී ඇති කෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය නොහැකි ය.

8.3 අභ්‍යාසය

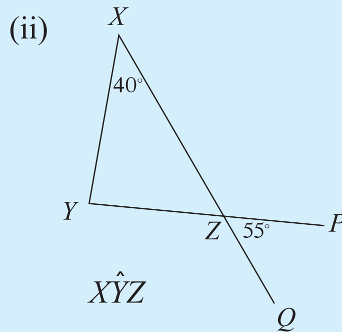
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහන ඇසුරෙන්, එම රූප සටහනට පහළින් දක්වා ඇති එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

(i)



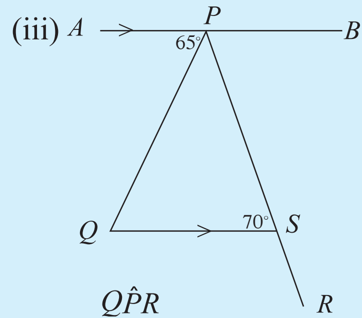
$A\hat{C}B$

(ii)



$X\hat{Y}Z$

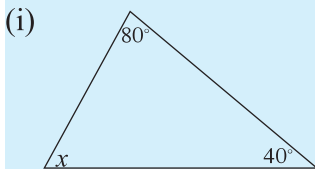
(iii)



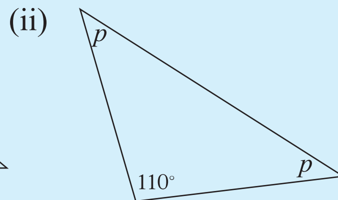
$Q\hat{P}R$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ආඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

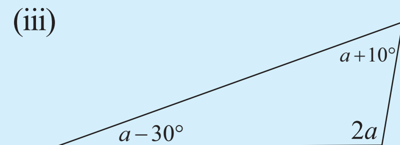
(i)



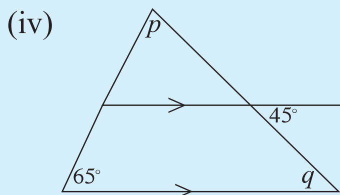
(ii)



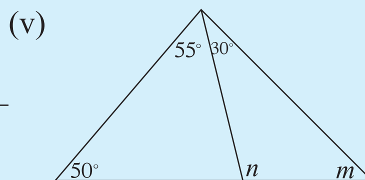
(iii)



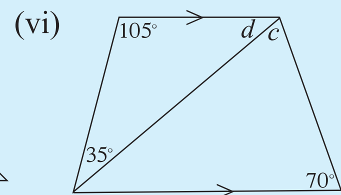
(iv)



(v)



(vi)



3. පහත දැක්වෙන එක් එක් කොටසේ දී ඇති එක් එක් කෝණ ත්‍රිත්වය අභ්‍යන්තර කෝණ වන ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.

(i) 50°, 40°, 90° (ii) 70°, 30°, 75° (iii) 55°, 72°, 58°

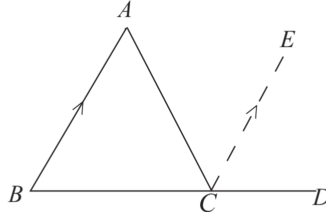
(iv) 60°, 60°, 60° (v) 100°, 20°, 65° (vi) 53°, 49°, 78°

4. ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ 2 : 3 : 4 අනුපාතයට පවතී. එහි එක් එක් කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

5. ත්‍රිකෝණයක විශාලම කෝණයේ අගය, කුඩාම කෝණයේ අගය මෙන් තුන් ගුණයක් ද, ඉතිරි කෝණයේ අගය, කුඩාම කෝණයේ අගය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. ත්‍රිකෝණයේ කෝණ වෙන වෙන ම සොයන්න.

8.4 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය 180^0 වේ යන ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

''ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය 180^0 වේ'' යන ප්‍රමේයයේ, විධිමත් සාධනය පහත දැක්වේ.



දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයකි

සා.ක.යු. : $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ බව

නිර්මාණය: BC පාදය D තෙක් දික් කිරීම සහ BAට සමාන්තර වන සේ CE ඇඳීම

සාධනය : $A\hat{B}C = E\hat{C}D$ (අනුරූප කෝණ, $BA//CE$) ——— ①

$B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (ඒකාන්තර කෝණ, $BA//CE$) ——— ②

① හා ② න්

$$A\hat{B}C + B\hat{A}C = E\hat{C}D + A\hat{C}E$$

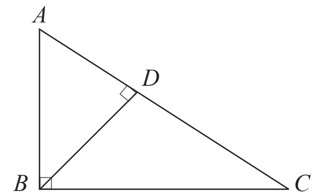
සමීකරණයේ දෙපසටම $A\hat{C}B$ එකතු කළ විට,

$$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B$$

$$E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B = 180^\circ$$ (BCD සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

$$\therefore \underline{\underline{A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ}}$$

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{B}D = B\hat{C}D$ බව සාධනය කරන්න.

BDC ත්‍රිකෝණයේ,

$$B\hat{D}C = 90^\circ \text{ (දී ඇත)}$$

තව ද $B\hat{D}C + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)

$$90^\circ + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$$

$$D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ - 90^\circ$$

$$= 90^\circ$$ ——— ①

දැන් ABC ත්‍රිකෝණයේ,

$$\hat{ABC} = 90^\circ \text{ (දී ඇත)}$$

නමුත් $A\hat{B}C = A\hat{B}D + D\hat{B}C$ නිසා

$$A\hat{B}D + D\hat{B}C = 90^\circ \text{ ——— ②}$$

① හා ② සමීකරණ දෙකම 90°ට සමාන නිසා

$$D\hat{B}C + B\hat{C}D = A\hat{B}D + D\hat{B}C$$

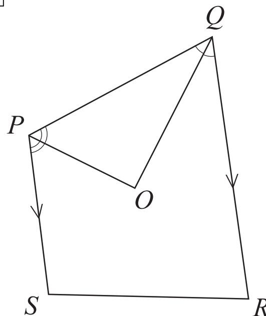
දෙපසින් $D\hat{B}C$ අඩුකිරීමෙන්

$$\therefore\ B\hat{C}D = A\hat{B}D$$

නිදසුන 2

$PQRS$ චතුරස්‍රයේ PS හා QR පාද එකිනෙකට සමාන්තර වේ. P හා Q අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. $P\hat{O}Q$ සෘජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

මුලින් ම අදාළ රූපසටහන අඳිමු.



සාධනය : $PS//QR$ නිසා

$$S\hat{P}Q + P\hat{Q}R = 180^\circ \quad \text{(මිත්‍ර කෝණ)}$$

දෙපස 2න් බෙදීමෙන්

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q + \frac{1}{2}P\hat{Q}R = \frac{180^\circ}{2} \quad \text{(ප්‍රත්‍යක්ෂ)}$$

$S\hat{P}Q$ හි සමච්ඡේදකය PO ද $P\hat{Q}R$ හි සමච්ඡේදකය QO ද වන බැවින්,

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q = Q\hat{P}O \quad \text{ද}$$

$$\frac{1}{2}P\hat{Q}R = P\hat{Q}O \quad \text{ද වේ.}$$

$$\therefore\ Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 90^\circ$$

දැන්, POQ ත්‍රිකෝණයේ,

$$P\hat{O}Q + Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 180^\circ \text{ (අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව)}$$

$$P\hat{O}Q + 90^\circ = 180^\circ$$

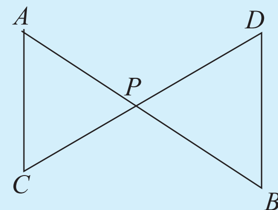
$$\therefore\ P\hat{O}Q = 90^\circ$$

$\therefore$ $P\hat{O}Q$ සෘජුකෝණයකි.

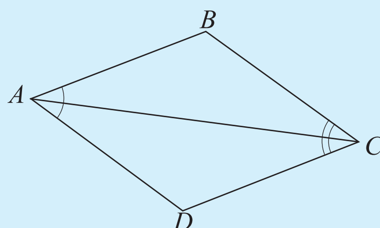
දැන් සාධනය කිරීමේ ගැටලු ඇතුළත් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

8.4 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූපයේ $A\hat{C}P = P\hat{B}D$ වේ. $C\hat{A}P = P\hat{D}B$ බව සාධනය කරන්න.

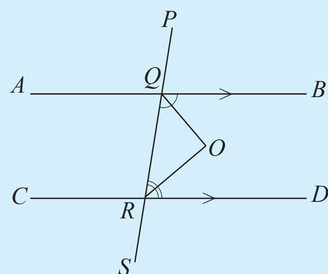


2. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC විකර්ණයෙන් $B\hat{A}D$ හා $B\hat{C}D$ සමච්ඡේදනය වී ඇත. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ බව සාධනය කරන්න.



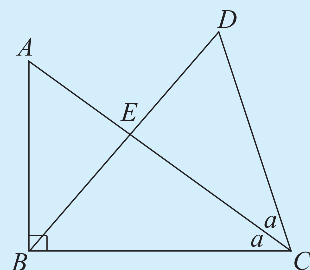
3. දී ඇති රූපයේ AB හා CD, සමාන්තර සරල රේඛා වේ. $B\hat{Q}R$ හා $Q\hat{R}D$ කෝණවල සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ.

   (i) $O\hat{Q}R + Q\hat{R}O$ හි අගය සොයන්න
   (ii) $Q\hat{O}R$ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



4. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව,

   (i) $B\hat{A}E$ හි අගය a ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.
   (ii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C$ හි අගය a ඇසුරෙන් දක්වන්න.
   (iii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C = 2\,B\hat{A}E$ බව පෙන්වන්න.

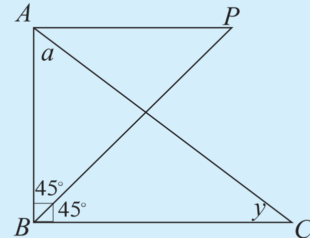


5. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ වේ. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය BC පාදය D හි දී හමු වේ.
   (i) $B\hat{A}C$ හි අගය සොයන්න.
   (ii) ABD සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A} + \hat{B} = 110°$ හා $\hat{B} + \hat{C} = 120°$ නම් ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් කෝණයේ අගය වෙන වෙන ම සොයන්න.

2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{A}C$ හි අගය $100°$කි. $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. $B\hat{O}C$ හි අගය සොයන්න.



3. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ BA පාදයට ලම්බව A හි දී ඇඳි රේඛාව, $A\hat{B}C$ හි සමච්ඡේදකය P හි දී හමු වේ. $B\hat{A}C + A\hat{C}B = 2\,A\hat{P}B$ බව සාධනය කරන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{C}B = 3A\hat{B}C$ වේ. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයට BC පාදය E හි දී හමු වේ. දික් කළ AE මත D පිහිටා ඇත්තේ $AD \perp BD$ වන පරිදි ය. $A\hat{B}D$ හි සමච්ඡේදකය BC බව සාධනය කරන්න.
(ඉඟිය: $A\hat{B}C = x$ හා $B\hat{A}C = 2a$ ලෙස ගන්න)

5. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයට සමාන්තරව A හරහා PQ රේඛාව ඇඳ ඇත. ABC ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව $180°$ක් බව සාධනය කරන්න.

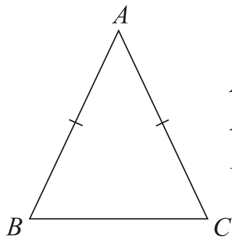
9 ත්‍රිකෝණ II

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයය හා එහි විලෝමය භාවිත කරමින් ගැටලු විසඳීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

9.1 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම් එයට සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් යැයි කියනු ලැබේ. පහත රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. එහි $AB = AC$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාදයට ඉදිරියෙන් පිහිටන කෝණය එම පාදයට **සම්මුඛ කෝණය** යැයි කියනු ලැබේ. එනම්,



AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{C}B$ ද,
AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $A\hat{B}C$ ද
BC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $B\hat{A}C$ ද වේ.

තව ද සමාන පාද විහිදෙන ශීර්ෂය වන Aට සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂය යැයි කියනු ලැබේ.
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයක් පහත දැක්වේ.

ප්‍රමේයය: ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන නම්, ඒ පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන ය.

ප්‍රමේයයට අනුව, ඉහත ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ නිසා, $A\hat{C}B = A\hat{B}C$ වේ.

ඉහත දැක්වූ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය සත්‍ය බව පසක් කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම

- $AB = AC = 5$ cm වන පරිදි A, B සහ C ලක්ෂ්‍ය තුනක් (ඒක රේඛීය නොවන) ලකුණු කරන්න.
- A, B හා C ලක්ෂ්‍ය යා කර ABC ත්‍රිකෝණය සම්පූර්ණ කරන්න.
- ABC ත්‍රිකෝණ හැඩය කඩදාසියෙන් කපා වෙන් කර ගන්න.
- AB පාදය මත AC සිටින පරිදි ත්‍රිකෝණාකාර කඩදාසිය නමන්න.
- $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ සමාන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

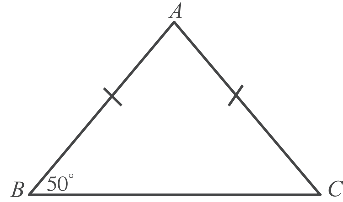
ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් විසඳිය හැකි ගැටලු කිහිපයක් දැන් සලකා බලමු.

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ හා $A\hat{B}C = 50^\circ$ වේ.

(i) $A\hat{C}B$ (ii) $B\hat{A}C$

අගය සොයන්න.



(i) $A\hat{C}B = A\hat{B}C$

$\therefore A\hat{C}B = 50^\circ$

(ii) ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව 180° නිසා

$$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$$

$$\therefore B\hat{A}C + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

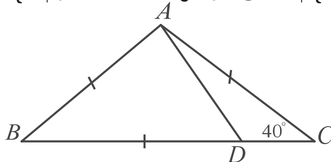
$$\therefore B\hat{A}C = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ)$$

$$= \underline{\underline{80^\circ}}$$

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ හා $A\hat{C}B = 40^\circ$ වේ. $AB = BD$ වන සේ BC පාදය මත D ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර AD යා කර ඇත. ABD ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල අගය වෙන වෙන ම සොයන්න.

මුලින් ම දී ඇති තොරතුරුවලට අදාළව රූපය අඳිමු.



රූපයට අනුව,

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ නිසා)

$\therefore A\hat{B}C = 40^\circ$

එනම් $A\hat{B}D = 40^\circ$

දැන් ABD ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට

$B\hat{A}D = B\hat{D}A$ ($AB = BD$)

$$A\hat{B}D + B\hat{A}D + B\hat{D}A = 180^\circ$$

$$40^\circ + 2B\hat{A}D = 180^\circ \ (B\hat{A}D = B\hat{D}A \text{ නිසා})$$

$$2B\hat{A}D = 180^\circ - 40^\circ$$

$$2B\hat{A}D = 140^\circ$$

$$B\hat{A}D = 70^\circ$$

$$B\hat{D}A = 70^\circ \ (B\hat{A}D = B\hat{D}A \text{ නිසා})$$

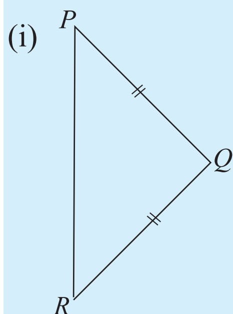
$\therefore ABD$ ත්‍රිකෝණයේ කෝණ අගයන් වන්නේ 70°, 70° හා 40° ය.

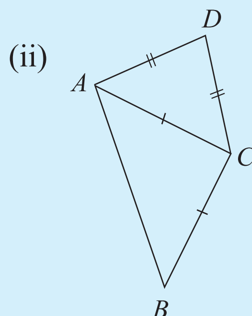
සමද්විපාද ත්‍රිකෝණවලට අදාළ ඉහත ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

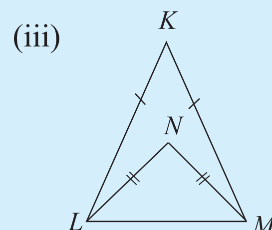
9.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දී ඇති රූපයෙහි අඩංගු සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සියල්ලම හඳුනාගෙන, දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

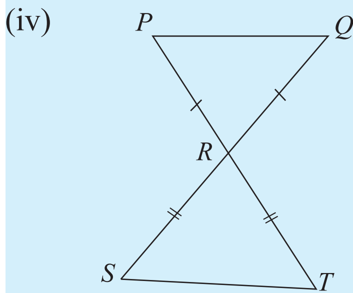
රූපය	ත්‍රිකෝණය	සමාන පාද යුගලය	සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ යුගලය
(i)	*PQR*	*PQ*, *RQ*	$Q\hat{P}R$, $Q\hat{R}P$
(ii)	*ACD*	*AD*, *DC*	$A\hat{C}D$, $D\hat{A}C$
	ABC		
(iii)	*KLM*		
	LMN		
(iv)	*PQR*		
	RST		
(v)	*ABD*		
	BCD		
	ABC		

(i)


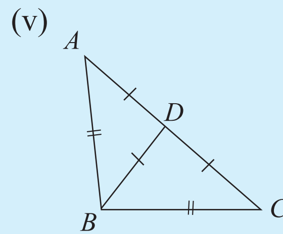
(ii)


(iii)


(iv)

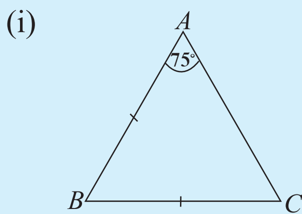


(v)

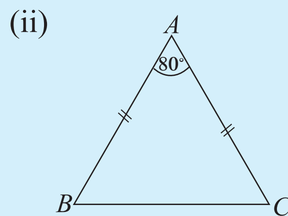


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ එක් කෝණයක අගය දී ඇත. ඉතිරි කෝණ වෙන වෙනම සොයන්න.

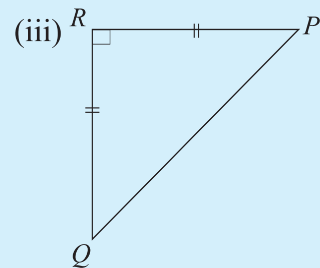
(i)



(ii)

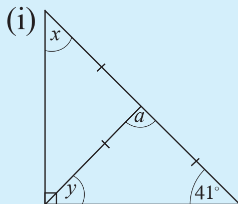


(iii)

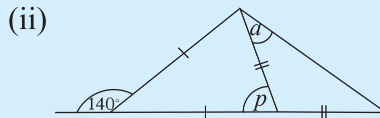


3. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ අඥාත මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

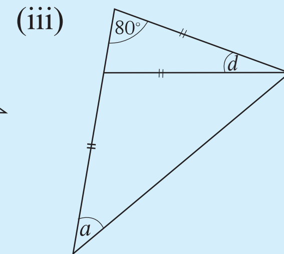
(i)



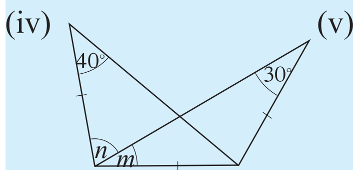
(ii)



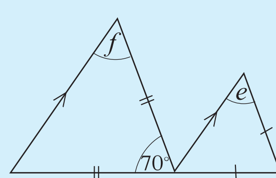
(iii)



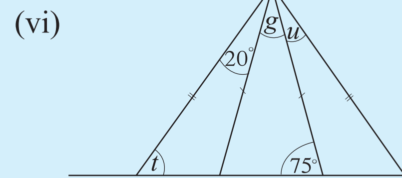
(iv)



(v)

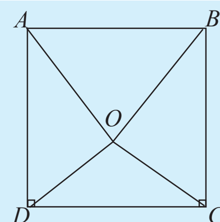


(vi)



4. සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක එකිනෙකට සමාන පාද බාහු ලෙස ඇති කෝණය 110° කි. ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි කෝණවල අගය සොයන්න.

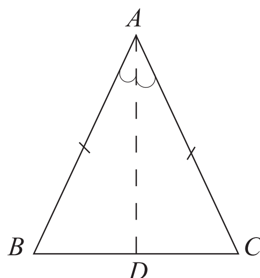
5. AOB සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන සේ $ABCD$ සමචතුරස්‍රය තුළ O ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. $D\hat{O}C$ හි අගය සොයන්න.



6. ABE ත්‍රිකෝණයේ A මහා කෝණයක් වන අතර $AB = AE$ වේ. $AC = BC$ වන සේ C ලක්ෂ්‍යය BE මත පිහිටා ඇත. $C\hat{A}E$ අභ්‍යන්තරව සමච්ඡේදනය වන සේ ඇඳින ලද රේඛාව D ලක්ෂ්‍යයේ දී BE හමු වේ.
   (i) මෙම තොරතුරු රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) $A\hat{B}C = 40^{\circ}$ නම් $D\hat{A}E$ හි අගය සොයන්න.

9.2 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය හා එහි භාවිත

''සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ'' යන ප්‍රමේයය විධිමත් ව සාධනය කරමු.



දත්තය: ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ.

සා.ක.යු.: $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ බව

නිර්මාණය: BC පාදය D හි දී හමුවන සේ $B\hat{A}C$ හි අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය වන AD ඇඳීම

සාධනය: ABD හා ACD ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$AB = AC$ (දත්තය)

$B\hat{A}D = D\hat{A}C$ ($B\hat{A}C$ කෝණ හි සමච්ඡේදකය AD නිසා)

AD ත්‍රිකෝණ දෙකටම පොදුයි

$\therefore ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වන නිසා,

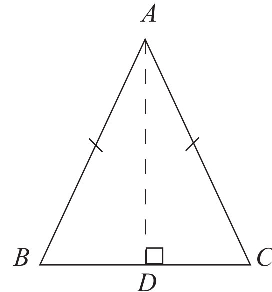
$A\hat{B}D = A\hat{C}D$

$\therefore A\hat{B}C = A\hat{C}B$

ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණ සම්බන්ධ ප්‍රතිඵල කීපයක් සාධනය කරන ආකාරය දැන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයෙහි $AB = AC$. එහි



- A සිට BC ට ඇඳි ලම්බයත්
- $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයත්
- BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය Aට යා කරන රේඛාවත්
- BC පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයත්

එකිනෙක සම්පාත වන බව පෙන්වන්න.

මේ සඳහා මුලින් ම A ශීර්ෂයේ සිට සම්මුඛ පාදයට ලම්බයක් අඳිමු.

නිර්මාණය : A සිට BCට ලම්බය ඇඳීම.

සාධනය : $ABD\Delta$ හා $ACD\Delta$ වල

$AB = AC$ (දත්තය)

$A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ$ (නිර්මාණය)

AD පාදය පොදුයි

$\therefore ABD\Delta \equiv ACD\Delta$ (කර්ණ පා.)

තව ද $B\hat{A}D = C\hat{A}D$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වන නිසා)

එනම් AD යනු $B\hat{A}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය වේ.

$BD = DC$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන නිසා)

එනම් AD යනු A හා BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාව වේ.

අවසාන වශයෙන් $A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ$ (නිර්මාණය)

$BD = DC$ (සාධිතයි)

$\therefore AD$ යනු BC හි ලම්බ සමච්ඡේදකය වේ.

ඉහත ප්‍රතිඵලය අනුව,

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක

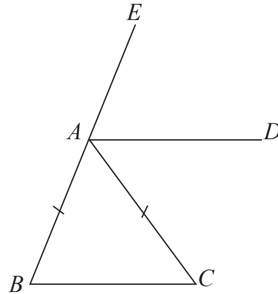
ශීර්ෂයේ සිට සම්මුඛ පාදයට ඇඳි ලම්බයත්
ශීර්ෂ කෝණයේ සමච්ඡේදකයත්
ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ශීර්ෂය යා කරන රේඛාවත්
ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයත්

එකිනෙකට සම්පාත වේ.

ජ්‍යාමිතික ප්‍රතිඵල සාධනය කිරීම සමහර අවස්ථාවල දී ක්‍රම කීපයකින් ම කළ හැකි ය. එවැනි ජ්‍යාමිතික ප්‍රතිඵලයක් දැන් සළකා බලමු.

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. BA පාදය E තෙක් දික් කර ඇත. AD මගින් $C\hat{A}E$ සමච්ඡේද කෙරේ. AD හා BC එකිනෙකට සමාන්තර බව සාධනය කරන්න.



$AD // BC$ බව පෙන්වීමට ඒකාන්තර කෝණ යුගලයක් හෝ අනුරූප කෝණ යුගලයක් සමාන බව පෙන්වමු.

සාධනය:

(i) ක්‍රමය

ABC ත්‍රිකෝණයේ

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ $(AB = AC)$

ABC ත්‍රිකෝණයේ BA පාදය E තෙක් දික් කර ඇති නිසා,

$E\hat{A}C = A\hat{B}C + A\hat{C}B$ (බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය)

$E\hat{A}C = 2\,A\hat{C}B$ ($A\hat{B}C = A\hat{C}B$ නිසා) ——— ①

නමුත්, $E\hat{A}C = E\hat{A}D + D\hat{A}C$ (බද්ධ කෝණ)

$E\hat{A}D = D\hat{A}C$ (AD, යනු $E\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය නිසා)

$\therefore E\hat{A}C = 2\,D\hat{A}C$ ——— ②

① හා ② න්

$2\,A\hat{C}B = 2\,D\hat{A}C$

$A\hat{C}B = D\hat{A}C$

නමුත් $A\hat{C}B$ හා $D\hat{A}C$, ඒකාන්තර කෝණ යුගලයකි.

ඒකාන්තර කෝණ යුගලය සමාන වී ඇති නිසා $BC // AD$ වේ.

(ii) ක්‍රමය

ඉහත දී ඇති රූපසටහනට අනුව $A\hat{B}C$ හා $E\hat{A}D$ අනුරූප කෝණ යුගලයක් ද වේ. ඉහත ආකාරයටම එම කෝණ දෙක සමාන බව පෙන්වීමෙන් ද $BC // AD$ බව පෙන්විය හැකි ය.

(iii) ක්‍රමය

ඉහත සාධනය කිරීම වීජීය සංකේත යොදා ගනිමින් පහත ආකාරයට සාධනය කළ හැක.

ABC ත්‍රිකෝණයේ,

$A\hat{B}C = x$ යැයි ගනිමු. ——— ①

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ($AB = AC$ නිසා)

$\therefore A\hat{C}B = x$

ABC ත්‍රිකෝණයේ, BA පාදය E තෙක් දික් කිරීම නිසා

$E\hat{A}C = A\hat{B}C + A\hat{C}B$ (බාහිර කෝණ ප්‍රමේයය)

$= x + x$

$= 2x$

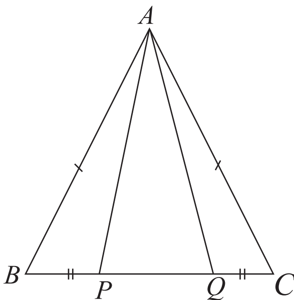
$E\hat{A}D = x$ ($E\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකය AD නිසා) ——— ②

① හා ② න්

$E\hat{A}D = A\hat{B}C$ වේ.

$E\hat{A}D$ හා $A\hat{B}C$ අනුරූප කෝණ වේ. අනුරූප කෝණ සමාන නිසා $AD//BC$.

නිදසුන 3



ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වන අතර $BP = CQ$ වන සේ P සහ Q ලක්ෂ්‍ය BC පාදය මත පිහිටා ඇත.

(i) $APB\Delta \equiv AQC\Delta$ බවත්

(ii) $A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ බවත් සාධනය කරන්න.

සාධනය :

(i) APB හා AQC ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$AB = AC$ (දී ඇත)

$\therefore A\hat{B}P = A\hat{C}Q$

තවද $BP = CQ$ (දී ඇත)

$\therefore ABP\Delta \equiv AQC\Delta$ (පා.කෝ.පා.)

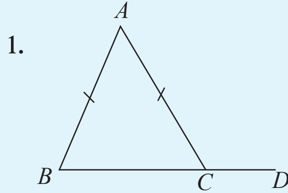
(ii) $ABP\Delta \equiv AQC\Delta$ නිසා $AP = AQ$ (අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග)

රූපයෙන්, APQ ත්‍රිකෝණයේ

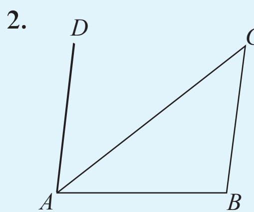
$A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ ($AP = AQ$ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ)

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණවලට අදාළ ඉහත ප්‍රමේයය හා මෙතෙක් උගත් අනෙකුත් ප්‍රමේයයන් ද යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

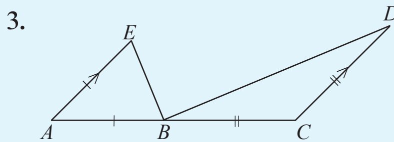
9.2 අභ්‍යාසය

1. 

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $A\hat{B}C + A\hat{C}D = 180^\circ$ බව සාධනය කරන්න.

2. 

දී ඇති රූපයේ $AB = BC$ හා $AD//BC$ වේ. $D\hat{A}B$ හි සමච්ඡේදකය AC බව සාධනය කරන්න.

3. 

දී ඇති රූපයේ, ABC එකම සරල රේඛාවක් වේ. එහි දැක්වෙන තොරතුරු අනුව පිළිතුරු සපයන්න.

(i) $B\hat{A}E + B\hat{C}D$ හි අගය සොයන්න.

(ii) $D\hat{B}E = 90^\circ$ක් බව පෙන්වන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂය D වේ. $BD = DA$ නම් $B\hat{A}C$ ඍජුකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

5. ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. AB පාදය මත P ද, BC පාදය මත Q ද, AC පාදය මත R ද පිහිටා ඇත්තේ $BP = CQ$ හා $BQ = CR$ වන සේය.

(i) මෙම තොරතුරු ඇතුළත් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ii) $PBQ\Delta \equiv QRC\Delta$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $Q\hat{P}R = Q\hat{R}P$ බව සාධනය කරන්න.

6. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ ඍජුකෝණයකි. AC පාදයට BD ලම්බය ඇඳ ඇත. $CE = CB$ වන සේ, AC මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ.

(i) මෙම තොරතුරු ඇතුළත් කරමින් රූප සටහනක් අඳින්න.

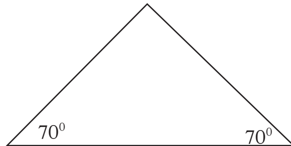
(ii) BE රේඛාවෙන්, $A\hat{B}D$ සමච්ඡේද වන බව සාධනය කරන්න.

7. සමපාද ත්‍රිකෝණයක කෝණ 60° බැගින් වන බව සාධනය කරන්න.

9.3 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වූ විට එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන වේ දැයි දැන් පරීක්ෂා කර බලමු.

ක්‍රියාකාරකම

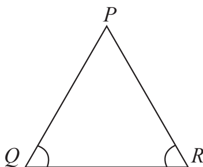


- 5 cm පමණ දිග සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් ඇඳ එහි එක් කෙළවරක 70° කෝණයක් කෝණමානය භාවිතයෙන් ලකුණු කර අඳින්න.
- අනික් කෙළවරෙන් ද 70°ක කෝණයක් ඇඳ ගන්න.
- කෝණවල බාහු ඡේදනය වන සේ දික් කරන්න.
- එවිට ඉහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ත්‍රිකෝණයක් ලැබී ඇත.
- එම ත්‍රිකෝණය කපා වෙන්කර ගෙන සමාන කෝණ එක මත සම්පාත වන සේ නමන්න.
- දැන් ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද හඳුනා ගන්න.
- සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද පිළිබඳ ව කිව හැකි විශේෂ ලක්ෂණය කුමක් ද?
- මේ ආකාරයට කෝණ වෙනස් කරමින් විවිධ ත්‍රිකෝණ කපා ගෙන ඉහත ලක්ෂණය පවතීදැයි බලන්න.
- ත්‍රිකෝණයේ සමාන කෝණවලට සම්මුඛ ව පිහිටන පාද සමාන වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමෙන් ලත් ප්‍රතිඵලය සාධාරණ වශයෙන් සත්‍ය වන අතර එය ප්‍රමේයයක් ලෙස පහත දැක්වේ.

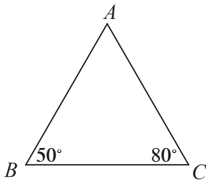
ප්‍රමේයය (සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය):

ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන නම්, එම සමාන කෝණවලට සම්මුඛව පිහිටන පාද ද සමාන වේ.



ප්‍රමේයයට අනුව PQR ත්‍රිකෝණයේ,
$P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$ වන විට $PR = PQ$ වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද යුගලය සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුව)

$\hat{A} + 50^\circ + 80^\circ = 180^\circ$

$\hat{A} = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ)$

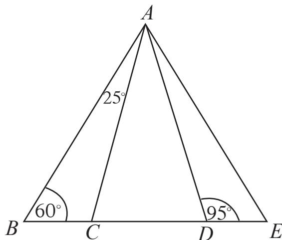
$= 180^\circ - 130^\circ$

$= 50^\circ$

$\hat{A} = \hat{B}$

$\therefore BC = AC$ (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද)

නිදසුන 2



රූපයේ දක්වා ඇති තොරතුරු අනුව $AC = AD$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ (බාහිර කෝණය = අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණවල එකතුව)

$= 60^\circ + 25^\circ$

$= 85^\circ$

CDE එකම සරල රේඛාවක් නිසා

$A\hat{D}C + A\hat{D}E = 180^\circ$ (සරල රේඛාවක් මත බද්ධ කෝණ)

$A\hat{D}C = 180^\circ - 95^\circ$

$= 85^\circ$

ACD ත්‍රිකෝණයේ

$A\hat{C}D = 85^\circ$

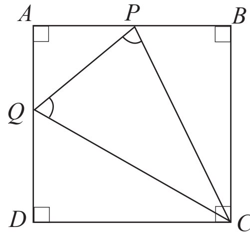
$A\hat{D}C = 85^\circ$

$\therefore \quad A\hat{D}C = A\hat{C}D$

$\therefore \underline{\underline{AC = AD}}$ (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද)

නිදසුන 3

ABCD සමචතුරස්‍රයේ *AB* පාදය මත *P* ද, *AD* පාදය මත *Q* ද පිහිටා ඇත්තේ $Q\hat{P}C = P\hat{Q}C$ වන සේ ය. $BP = QD$ බව සාධනය කරන්න.

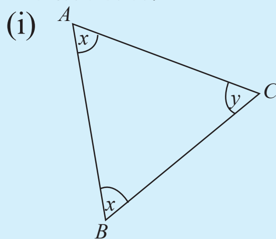


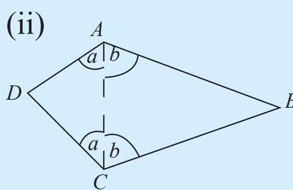
PQC ත්‍රිකෝණයේ,
$Q\hat{P}C = P\hat{Q}C$ (දත්තය)
$\therefore QC = PC$ (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද)

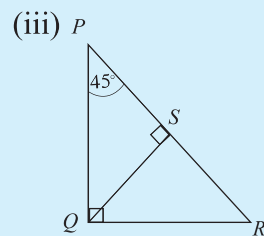
දැන් *PBC* හා *DQC* ත්‍රිකෝණ දෙකේ
$P\hat{B}C = Q\hat{D}C = 90^\circ$ (සමචතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ කෝණ)
$BC = DC$ (සමචතුරස්‍රයේ පාද)
$CP = CQ$ (සාධිතයි)
$\therefore PBC\Delta \equiv DQC\Delta$ (කර්ණ පා.)
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන නිසා
$\underline{\underline{BP = QD}}$

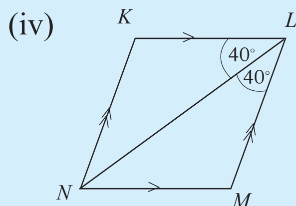
9.3 අභ්‍යාසය

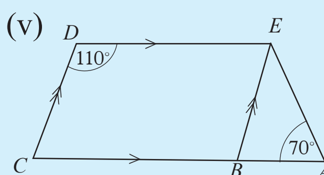
1. පහත එක් එක් රූපවල දී ඇති තොරතුරු අනුව, සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ඇති නම් ඒවා තෝරන්න.

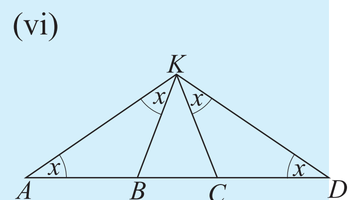
(i)


(ii)


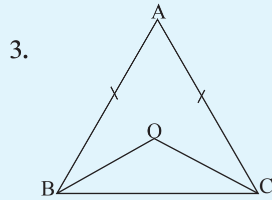
(iii)


(iv)


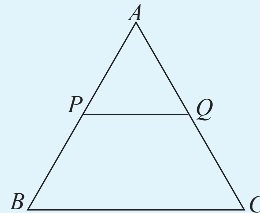
(v)


(vi)


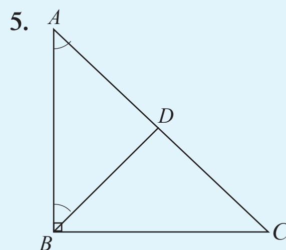
2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C = B\hat{C}A = B\hat{A}C$ නම්, ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.

3. 

රූපයේ $AB = AC$ වේ. $A\hat{B}C$ හිත්, $A\hat{C}B$ හිත් සමච්ඡේදක O හි දී හමු වේ. BOC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ $AB = AC$ හා $BC//PQ$ වේ.
   (i) $AP = AQ$ බව
   (ii) $BP = CQ$ බව
   සාධනය කරන්න.

5. 

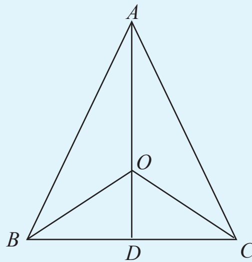
රූපයේ AC පාදය මත D ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $B\hat{A}D = D\hat{B}A$ වන සේය. තවද $A\hat{B}C = 90^{\circ}$ ද වේ.

   (i) $D\hat{B}C = D\hat{C}B$ බව
   (ii) AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D බව
   සාධනය කරන්න.

6. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ හිත් $\hat{C}$ හිත් සමච්ඡේදක, R හි දී හමු වේ. R හරහා BCට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවට P හි දී ත් Q හි දී ත් පිළිවෙළින් ABත් ACත් හමුවේ.
   (i) $PB = PR$ බව
   (ii) $PQ = PB + QC$ බව
   සාධනය කරන්න.

7. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{C}B = A\hat{B}P$ වන සේ, P ලක්ෂ්‍යය AC මත පිහිටා ඇත. $P\hat{B}C$ හි සමච්ඡේදකය AC පාදයට Q හිදී හමු වේ. $AB = AQ$ බව සාධනය කරන්න.

8. $PQRS$ චතුරස්‍රයේ $PQ = SR$ වේ. දිගින් එකිනෙකට සමාන PR හා QS විකර්ණ T හි දී කැපි යයි.
   (i) $PQR\Delta \equiv SQR\Delta$ බව
   (ii) $QT = RT$ බව
   සාධනය කරන්න.

9. 

ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ කෝණවල සමච්ඡේදක O හිදී හමු වේ. දික්කල AOට D හි දී BC හමු වේ.

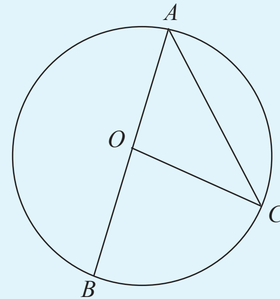
(i) BOC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව

(ii) $AOB\Delta \equiv AOC\Delta$ බව

(iii) AD, BCට ලම්බ බව

සාධනය කරන්න.

10. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයක් රූපයේ දැක්වේ.
$B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$ බව සාධනය කරන්න.



10 ප්‍රතිලෝම සමානුපාත

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

ප්‍රතිලෝම සමානුපාත ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

අනුපාත

අනුපාත හා අනුලෝම සමානුපාත පිළිබඳව මීට කලින් උගත් කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. අනුලෝම සමානුපාතයක් වීම සඳහා එක් එක් හිස් කොටුව තුළට ගැළපෙන සංඛ්‍යාව සොයන්න.
   (i) 5 : 2 = 20 : ☐ (ii) 2 : 3 = ☐ : 15
   (iii) 4 : ☐ = 20 : 25 (iv) ☐ : 4 = 60 : 80

2. ප්‍රවාහන සේවාවක් සඳහා යොදවා ඇති වාහනයක දිනක ආදායම රු 8 000ක් ද වියදම රු 4500ක් ද වේ. වාහනයේ දිනක ආදායම හා වියදම අතර අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

3. සැබෑ බිමේ 1000 mක්, 2 cmකින් නිරූපණය වන පරිදි අඳින ලද පරිමාණ රූපයක පරිමාණය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.

4. චන්ද්‍රයා මත මෙන් හය ගුණයක ගුරුත්වාකර්ෂණ බලයක් පෘථිවිය මත පවතී. ඒ නිසා, චන්ද්‍රයා මත දී වස්තුවක බර හා පෘථිවිය මත දී එම වස්තුවේ බර අතර අනුපාතය 1 : 6 වේ. පෘථිවිය මත දී 540 N ක් වූ ගගනගාමියෙකුගේ බර, චන්ද්‍රයා මත දී කොපමණ වේ ද?

5. සිමෙන්ති හා වැලි බදාමයක් සකස් කර ගැනීම සඳහා සිමෙන්ති හා වැලි 1 : 6 අනුපාතයට මිශ්‍ර කරනු ලැබේ.
   (i) එවැනි මිශ්‍රණයක කවර භාගයක් සිමෙන්ති අඩංගු වේ ද?
   (ii) වැලි තාච්චි 18ක් සඳහා යෙදිය යුතු සිමෙන්ති තාච්චි ප්‍රමාණය කීය ද?
   (iii) සිමෙන්ති මල්ලක සිමෙන්ති තාච්චි 5ක් තිබේ. එවැනි මල්ලක් සම්පූර්ණයෙන් ම යොදා බදාම මිශ්‍රණයක් සෑදිය යුතුව තිබේ නම්, ඊට එක් කළ යුතු වැලි තාච්චි ගණන කීය ද?
   (iv) බදාම මිශ්‍රණයෙන් තාච්චි 70ක් සකස් කර ගැනීමට අවශ්‍ය සිමෙන්ති හා වැලි ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

10.1 ප්‍රතිලෝම සමානුපාතය

රාශීන් දෙකක් අතරින් එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය ද එම අනුපාතයට වැඩි වේ නම් හෝ, එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට අඩු වන විට අනෙක් රාශිය ද එම අනුපාතයට ම අඩු වේ නම් එවිට එම රාශි දෙක අතර **අනුලෝම සමානුපාතයක්** පවතින්නේ යැයි කියනු ලබන බව අපි දනිමු.

ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක දී සිදු වන්නේ, රාශි දෙකක් අතරින් එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට වැඩි වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම අඩු වීම හෝ, එක් රාශියක් යම් අනුපාතයකට අඩු වන විට අනෙක් රාශිය එම අනුපාතයටම වැඩි වීමයි.

පහත දැක්වෙන නිදසුන මගින් මෙය වඩාත් හොඳින් තහවුරු කර ගනිමු.

නවාතැන්පොළක නේවාසිකයන් 12 දෙනෙක් සඳහා දින 4කට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණයක් ගබඩා කර තිබේ. එම ආහාර ප්‍රමාණය සැලකිල්ලට ගෙන පහත දැක්වෙන කරුණු පිළිබඳ අවධානය යොමු කරමු.

(i) නේවාසිකයන් ගණන 15ක් වුවහොත් ආහාර ප්‍රමාණය දින 4කට සෑහේ ද?
(ii) නේවාසිකයන් ගණන 6ක් වුවහොත් ආහාර ප්‍රමාණය දින කීයකට සෑහේ ද?
(iii) නේවාසිකයන් ගණන අඩු වන විට, ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණන අඩු වේ ද? වැඩි වේ ද?
(iv) නේවාසිකයන් 12කට දින 4කට සෑහෙන මෙම ආහාර ප්‍රමාණය එක් නේවාසිකයෙකුට දින කීයකට සෑහේ ද?

නේවාසිකයන් 12 දෙනෙකුට දින 4කට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය, නේවාසිකයන් 6 දෙනෙකුට දින 8කට සෑහෙන බවත්, එක් නේවාසිකයෙකුට දින 48කට සෑහෙන බවත් සාමාන්‍ය අවබෝධය අනුව පෙනී යයි. නේවාසිකයන් ගණනත්, ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණනත් අතර පහත දැක්වෙන සම්බන්ධතා නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

නේවාසිකයන් ගණන	**දින ගණන**
12	4
(8)	(6)
6	8
4	12
(2)	(24)
1	48

නේවාසිකයන් ගණන හා දින ගණන යන රාශි දෙක සමානුපාතිකව වෙනස් වන්නේ කෙසේ දැයි බලමු. ඉහත සටහන අනුව, නේවාසිකයන් ගණන 8 සිට 2 දක්වා අඩු වන විට සෑහෙන දින ගණන 6 සිට 24 දක්වා වැඩි වේ. මෙවිට,
එහි නේවාසිකයන් ගණන අතර අනුපාතය $= 8 : 2 = 4 : 1$

එම නේවාසිකයන් ගණනට සෑහෙන දින ගණන 6 සිට 24 තෙක් වැඩි වී ඇත.
එම දින ගණන් අතර අනුපාතය = 6 : 24 = 1 : 4

1 : 4 අනුපාතය, 4 : 1 අනුපාතයට සමාන නොවුණත්, එක් අනුපාතයක සංඛ්‍යා දෙක හුවමාරු කළ විට ලැබෙන නව අනුපාතය අනෙක් අනුපාතයට සමාන වේ.

එවිට, නේවාසිකයන් ගණන අතර අනුපාතය = 8 : 2 = 4 : 1
ඊට අනුරූප දින ගණන් දෙක මාරු කළ විට අනුපාතය = 24 : 6 = 4 : 1

මෙවැනි අවස්ථාවක දී නේවාසිකයන් ගණන හා දින ගණන අතර සම්බන්ධතාවට **ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

ඉහත නේවාසිකයන් ගණන හා දින ගණන අතර සම්බන්ධතාවෙහි තවත් අවස්ථා දෙකක් බලමු.

නේවාසිකයන් ගණන	**දින ගණන**
12	4
1	48

නේවාසිකයන් ගණන අතර අනුපාතය = 12 : 1
ඊට අනුරූප දින ගණන් හුවමාරු කළ විට ඒවා අතර අනුපාතය = 48 : 4 = 12 : 1

මෙවැනි සෑම අවස්ථා දෙකක් සඳහාම ප්‍රතිලෝම සමානුපාත සම්බන්ධතාව පැවතිය යුතු ය. ප්‍රතිලෝම සම්බන්ධතා පවතින තවත් උදාහරණ දෙකක් පහත දැක්වේ.

(i) එකම කාර්යයක් නිම කිරීම සඳහා යොදවන මිනිසුන් ගණන හා ඔවුන්ට ගත වන කාලය.

(ii) වාහනයක් ඒකාකාර වේගයෙන් යම් නියත දුරක් ගමන් කිරීමේ දී එම වාහනයේ වේගය හා එම වේගයෙන් යාමට ගත වන කාලය.

දැන් පහත නිදසුනට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

එක්තරා වැඩක් සම්පූර්ණ කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ. මිනිසුන් 10 දෙනෙකුට එම වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට ගත වන දින ගණන සොයන්න.

මෙම ගැටලුව විසඳිය හැකි ක්‍රම දෙකක් පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කරමු. මෙහි ඇත්තේ ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයකි.

(i) **ක්‍රමය**

මිනිසුන් 10 දෙනාට ගත වන දින ගණන x යැයි ගනිමු.

එවිට,

මිනිසුන් ගණන	**දින ගණන**
5	8
10	x

ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයක් නිසා,

$$5 : 10 = x : 8$$

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{8}$$

$$10\,x = 8 \times 5$$
$$= 40$$
$$\therefore x = 40 \div 10$$
$$= 4$$

∴ මිනිසුන් 10 දෙනාට ගත වන දින ගණන 4 වේ.

(ii) **ක්‍රමය**

වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනාට ගත වන කාලය = දින 8

එක් මිනිසෙකුට ගත වන කාලය = දින 8 × 5

= දින 40

මිනිසුන් 10 දෙනාට ගත වන කාලය = දින 40 ÷ 10

= දින 4

සටහන : ඉහත නිදසුනේ සඳහන් වැඩය නිම කිරීම සඳහා එක් මිනිසෙකුට ගත වූ දින ගණන වන 40 නමැති අගය එම වැඩෙහි ප්‍රමාණය මැනීම සඳහා මිනුමක් ලෙස ගත හැකි ය. එම අගය **මිනිස් දින ගණන** ලෙස හැඳින්වේ.

වැඩෙහි ප්‍රමාණය = වැඩය සම්පූර්ණ කිරීම සඳහා එක් මිනිසෙකුට ගත වන කාලය

= මිනිසුන් ගණන × දින ගණන

මේ අනුව මෙම වැඩෙහි ප්‍රමාණය, මිනිස් දින 40 ලෙස දැක්විය හැකි ය. වැඩක ප්‍රමාණය මිනිස් දිනවලින් මෙන්ම මිනිස් පැයවලින් ද මැනිය හැකි ය.

නිදසුන 2

එක්තරා වැඩක් සම්පූර්ණ කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ. එම වැඩය දින 2කින් අවසන් කිරීමට මිනිසුන් කී දෙනෙකු යෙදවිය යුතු ද?

ඉහත නිදසුන 1හි දැක්වූ (ii) ක්‍රමය යොදා ගනිමු.

මිනිසුන් 5 දෙනාට වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට ගත වන දින ගණන = 8

∴ එක් මිනිසෙකුට ගත වන දින ගණන = 8 × 5

∴ වැඩෙහි ප්‍රමාණය = මිනිස් දින 8 × 5

= මිනිස් දින 40

∴ දින 2කින් අවසන් කිරීමට අවශ්‍ය මිනිසුන් ගණන = 40 ÷ 2

= 20

නිදසුන 3

වැඩබිමක සේවයේ නියුතු 40කගෙන් සමන්විත සේවක කණ්ඩායමක් සඳහා දින 12කට සෑහෙන ආහාර ගබඩා කර ඇත. දින 6කට පසු කණ්ඩායමට තවත් සේවකයන් 8 දෙනෙකු එකතු වුවහොත්, ඉතිරිව තිබෙන ආහාර ප්‍රමාණය තවත් දින කීයකට සෑහේ ද?

මෙම ගැටලුව ක්‍රම දෙකකට විසඳන අයුරු දැන් බලමු.

(i) ක්‍රමය

මිනිසුන් 40ට දින 12ට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය $= 40 \times 12$
$= 480$

මිනිසුන් 40ට දින 6ට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය $= 40 \times 6$
$= 240$

ඉතිරිවන ආහාර ප්‍රමාණය $= 480 - 240$
$= 240$

මිනිසුන් 48ට එම ආහාර සෑහෙන දින ගණන $= 240 \div 48$
$=$ දින 5

දැන් මෙම ගැටලුව වීජ ගණිතය ඇසුරෙන් විසඳන අයුරු විමසා බලමු.

(ii) ක්‍රමය

සේවකයන් 40 දෙනාට දින 12ට සෑහෙන ආහාර ප්‍රමාණය, ඔවුන් 40දෙනාට දින 6ට හා එකතු වූ 8 දෙනාත් සමඟ 48දෙනාට තවත් දින කීපයකට සෑහේ. දින 6කට පසු 48 දෙනාට ආහාර සෑහෙන දින ගණන x යැයි ගනිමු. සේවකයන් 40දෙනාට දින 12ට ප්‍රමාණවත් ආහාර ප්‍රමාණය, සේවකයන් 40දෙනාට දින 6කට හා සේවකයන් 48දෙනාට දින xට ප්‍රමාණවත් ආහාර ප්‍රමාණවල එකතුවට සමාන කළ හැකි ය.

$$\therefore 40 \times 12 = (40 \times 6) + (48 \times x)$$
$$480 = 240 + 48x$$
$$48x = 480 - 240$$
$$= 240$$
$$\therefore x = \frac{240}{48}$$
$$= 5$$

∴ ඉතිරි ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණන 5ක් වේ.

10.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් වගන්තියෙහි සඳහන් අවස්ථාව සඳහා (*a*), (*b*) හා (*c*) අතරින් ගැළපෙන පිළිතුර තෝරා ප්‍රකාශය ඉදිරියෙන් ඇති වරහන තුළ ලියන්න.

(*a*) සමානුපාතයක් නොවේ (*b*) අනුලෝම සමානුපාතයකි (*c*) ප්‍රතිලෝම සමානුපාතයකි

(i) කඳවුරක සිටින භටයින් ගණන හා ඔවුන් සඳහා ගබඩා කර ඇති ආහාර ප්‍රමාණය (................)

(ii) වෘත්තයක අරය හා වර්ගඵලය (..............)

(iii) නියත ඒකාකාර වේගයෙන් වාහනයක් ගමන් කරන දුර හා ඊට ගත වන කාලය (................)

(iv) වර්ගඵලය නියත වූ සෘජුකෝණාස්‍රයක දිග හා පළල (.................)

(v) සීනි මිල දී ගැනීමට වෙළෙඳසැලකට යන්නෙක්, මිල දී ගන්නා සීනි ප්‍රමාණය හා ඒ සඳහා වියදම් වන මුදල (..............)

2. මිනිසුන් 8 දෙනෙකුට යම් කාර්යයක් කිරීමට දින 9ක් ගත වේ.
   (i) එක් මිනිසෙකුට එම කාර්යය නිම කිරීමට ගත වන කාලය දින කීය ද?
   (ii) එම වැඩෙහි ප්‍රමාණය මිනිස් දින කීය ද?
   (iii) මිනිසුන් 12 දෙනෙකු එම කාර්යය සඳහා යෙදවුවහොත් ඔවුන්ට දින කීයකින් එම කාර්යය නිම කළ හැකි ද?

3. වත්තක් සම්පූර්ණයෙන්ම ශුද්ධ කිරීමට මිනිසුන් 10 දෙනෙකුට දින 8ක් ගත වේ යැයි ඇස්තමේන්තු කළ ඉඩම් හිමියා, මුල් දින දෙකේ දී මිනිසුන් 12 දෙනෙකු එම කාර්යය සඳහා යෙදවීය.
   (i) මුළු වැඩෙහි ප්‍රමාණය මිනිස් දින කීය ද?
   (ii) මුල් දින දෙක අවසානයේ කෙතරම් වැඩ ප්‍රමාණයක් අවසන් කෙරෙයි ද?
   (iii) දින 6ක් තුළ සම්පූර්ණ වැඩය අවසන් කිරීමට ඉඩම් හිමියා අපේක්ෂා කරයි නම්, ඉතිරි දින හතර සඳහා අලුතෙන් මිනිසුන් කී දෙනෙකු වැඩෙහි නිරත කරවිය යුතු ද?

4. ගොවිපොළක සිටින ගවයන් 12 දෙනෙකු සඳහා දින 10කට ප්‍රමාණවත් ආහාර තිබුණි. දින දෙකකට පසු තවත් ගවයින් හතරදෙනෙකු එම ගොවිපොළට එකතු කරනු ලැබීය.
   (i) ගබඩා කර තිබූ ආහාර ප්‍රමාණය එක් ගවයෙකුට දින කීයකට ප්‍රමාණවත් ද?
   (ii) ගවයින් ප්‍රමාණය වැඩි වීම නිසා, ගබඩා කර ඇති ආහාර ප්‍රමාණය සෑහෙන දින ගණන දින කීයකින් අඩු වේ ද?

5. පුහුණු කඳවුරක පුහුණුලාභීන් 24 දෙනෙකුට, දින 8කට අවශ්‍ය ආහාර ගබඩා කර තිබුණි. කඳවුර ආරම්භ කර දින 2කින් පසු අසනීප වීම නිසා පුහුණුලාභීහු 6 දෙනෙක් කඳවුර අතහැර ගියහ. ඉතිරි වූ ආහාර ප්‍රමාණය නියමිත දින ගණනට වඩා තවත් වැඩිපුර දින දෙකකට ප්‍රමාණවත් වන බව පෙන්වන්න.

6. එක සමාන ප්‍රමාණයේ පොම්ප තුනකින් පැය 4ක කාලයක දී ජල තටාකයක් හිස් කළ හැකි ය. එම පොම්ප තුන යොදා ජල තටාකය හිස් කිරීමේ යෙදුණ නමුත් හරියටම පැයක් ගත වූ විට, එක් පොම්පයක් අක්‍රිය විය. ඉතිරි පොම්ප දෙකෙන් තටාකය හිස් කිරීම සම්පූර්ණ කෙරිණි. පොම්පයක් අක්‍රිය වීම නිසා, වැඩිපුර ගත වූ කාලය සොයන්න.

7. 40 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන වාහනයකට එක්තරා ගමනක් යාමට පැය බාගයක් ගත වේ. එම වාහනය 50 kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කළ හොත්, එම ගමනට ගත වන කාලය මිනිත්තුවලින් සොයන්න.

8. මිනිසුන් 4 දෙනෙකු එක්ව ඉටු කිරීමට භාරගත් වැඩකින්, දවසට පැය 6ක් බැගින් දවස් තුනක් වැඩ කිරීමෙන් පසු අවසන් කර ගැනීමට හැකි වූයේ එම වැඩෙන් $\frac{2}{3}$ක් පමණි.
(ඉඟිය: මිනිස් පැය = මිනිසුන් ගණන × දින ගණන × දිනකට වැඩකරන පැය ගණන)
(i) මුළු වැඩෙහි ප්‍රමාණය මිනිස් පැය කීය ද?
(ii) ඔවුන් හතර දෙනාම එක්ව පසුදින එම වැඩය අවසන් කිරීමට බලාපොරොත්තු වේ. ඒ සඳහා එදින පැය කීයක් වැඩ කිරීමට සිදු වේ ද?

10.2 ප්‍රතිලෝම සමානුපාත වීජීය ආකාරයෙන් දැක්වීම

එක්තරා වැඩක් නිම කිරීමට මිනිසුන් අට දෙනෙකුට එක් දිනක් ගත වේ නම්,

- මිනිසුන් හතරදෙනෙකුට දින දෙකක් ගත වේ.
- මිනිසුන් දෙදෙනෙකු යෙදවූයේ නම් දින හතරක් ගත වේ.
- එක් මිනිසෙකු පමණක් යෙදවීමෙන් වැඩය සම්පූර්ණ කිරීමට දින අටක් ගත වේ.

මෙම අවස්ථා හතරේ දී ම, මිනිසුන් ගණනේ හා දින ගණනේ ගුණිතය නියතයක් බව නිරීක්ෂණය කරන්න.
එනම්,

මිනිසුන් ගණන × දින ගණන = නියත අගයක්

එම නියත අගය, වැඩෙහි ප්‍රමාණය වේ. එම වැඩෙහි ප්‍රමාණය මනින ඒකකය මිනිස් දින ලෙස ඉහත දී හැඳින්වීය. මේ අනුව; මිනිසුන් ගණන x හා දින ගණන y වූ විට,

$$xy = k \quad (k \text{ යනු නියතයකි.})$$

$\therefore \quad x = \frac{k}{y}$ හෝ $y = \frac{k}{x}$ ලෙස ද ගත හැකි ය.

අනුලෝම සමානුපාතයෙහි යෙදෙන ආකාරය අනුව මෙය, $x \propto \frac{1}{y}$ ලෙස ද දැක්විය හැකි ය. මින් අදහස් වන්නේ, x හා $\frac{1}{y}$ අනුලෝමව සමානුපාතික බවයි. මෙවිට, x හා y ප්‍රතිලෝමව සමානුපාතික යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුන 1

මිනිසුන් 8 දෙනෙකුට දින 9ක දී වැඩක් අවසාන කළ හැකි ය. එහෙත් එම වැඩය සඳහා යොදවා ගත හැකි වූයේ මිනිසුන් හය දෙනෙකු පමණි. එය අවසන් කිරීමට දින කීයක් ගත වේ ද?

මිනිසුන් ගණන x මගිනුත්, දින ගණන y මගිනුත් දක්වමු. එවිට, $xy = k$ සමීකරණයෙන්, දී ඇති දත්ත අනුව,

$8 \times 9 = k$

$6y = k$ සමීකරණ ලැබේ.

මෙහි දී එකම වැඩයක් ගැන සළකන නිසා එකම k නියතයක් යොදා ගත හැකි බව වටහා ගන්න.

$$8\times 9 = 6y$$

$$\text{එනම්},\ y = \frac{8\times 9}{6}$$

$$= 12$$

$\therefore$ මිනිසුන් 6 දෙනෙකුට වැඩය නිම කිරීමට දින 12 ක් ගතවේ.

නිදසුන 2

එක්තරා වැඩක් දින 9කින් නිම කළ මිනිසුන් කණ්ඩායමක්, එවැනිම වැඩ ප්‍රමාණයක් සහිත වැඩක් කිරීම සඳහා තවත් මිනිසුන් තිදෙනෙකු කණ්ඩායමට බඳවාගත්තේ ය. එම වැඩය දින 6ක දී නිම කළ හැකි වූයේ නම්, මුල් කණ්ඩායමේ සිටි මිනිසුන් ගණන සොයන්න.

මුල් කණ්ඩායමේ සිටි මිනිසුන් ගණන x ලෙස ගත් විට, දී ඇති දත්ත අනුව,

$x\times 9 = k$ හා

$(x+3)\times 6 = k$ සමීකරණය ලැබේ.

මෙයින්, $9x = 6(x+3)$

$\therefore\ 9x = 6x+18$

$\therefore\ 3x = 18$

$\therefore\ x = 6$

එම නිසා, මුල් කණ්ඩායමේ සිටි මිනිසුන් ගණන 6කි.

වීජීය ආකාරය යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ ඇති ගැටලු විසඳන්න.

10.2 අභ්‍යාසය

1. යම් වැඩක් අවසන් කිරීමට මිනිසුන් 5 දෙනෙකුට දින 4ක් ගත විය. මිනිසුන් 4දෙනෙකුට එම වැඩය නිම කිරීමට දින කීයක් අවශ්‍ය වේද?

2. දවසකට පැය 5 බැගින් වැඩ කර දවස් 4ක දී වත්තක් එළිපෙහෙළි කර අවසන් කිරීමට මිනිසුන් 9දෙනෙකු යෙදවීමට සිදු විය. දිනකට පැය 6 බැගින් වැඩකරන මිනිසුන් කීදෙනෙකුට එම වැඩය දින 10කින් නිම කළ හැකි ද?
   (ඉඟිය: මිනිස් පැය = මිනිසුන් ගණන × දින ගණන × දිනකට වැඩකරන පැය ගණන)

3. මිනිසුන් 18 දෙනෙකුට දින 6ක දී අවසන් කළ හැකි වැඩක ඇති වැඩ ප්‍රමාණය මෙන් දෙගුණයක වැඩ ප්‍රමාණයක් ඇති වැඩක් දින 9කින් අවසන් කිරීමට අපේක්ෂා කෙරේ. දෙවන වැඩය දින 9 දී අවසන් කිරීමට යෙදවිය යුතු මිනිසුන් ගණන සොයන්න.

11 දත්ත නිරූපණය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් වට ප්‍රස්තාර ඇඳීමට
- වට ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් තොරතුරු ලබා ගැනීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

11.1 වට ප්‍රස්තාර මගින් දත්ත නිරූපණය

පාසලක 10 ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගෙන් ක්‍රිකට්, වොලිබෝල් සහ එල්ලේ යන ක්‍රීඩා අතරින් ඔවුන් වඩාත්ම කැමැති ක්‍රීඩාව පිළිබඳව විමසා රැස් කර ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

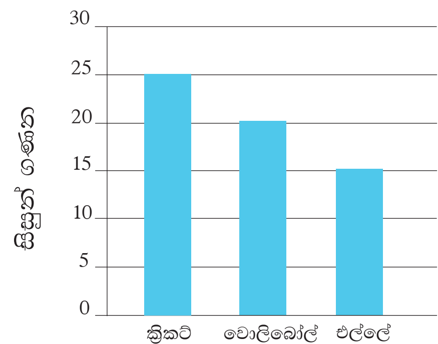
ක්‍රීඩාව	සිසුන් සංඛ්‍යාව
ක්‍රිකට්	25
වොලිබෝල්	20
එල්ලේ	15

ඉහත තොරතුරු චිත්‍ර ප්‍රස්තාරයකින් සහ තීර ප්‍රස්තාරයකින් පහත ආකාරවලට නිරූපණය කරන අයුරු ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ගෙන ඇත.

ක්‍රිකට්	
වොලිබෝල්	
එල්ලේ	

පරිමාණය: කින් සිසුන් 5ක් දැක්වේ

චිත්‍ර ප්‍රස්තාරය

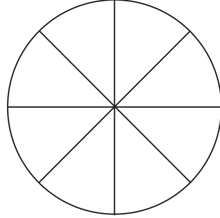


තීර ප්‍රස්තාරය

එක් එක් ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් සංඛ්‍යාව තීර ප්‍රස්තාරයෙහි තීරවල උසින් දැක්වේ. චිත්‍ර ප්‍රස්තාරයෙහි එය දැක්වෙන්නේ රූප මගිනි.

චිත්‍ර ප්‍රස්තාර සහ තීර ප්‍රස්තාර මෙන් ම දත්ත නිරූපණය කරන තවත් ක්‍රමයකි, වට ප්‍රස්තාර. ඒවා වෘත්ත ප්‍රස්තාර යනුවෙන් ද හැඳින්වේ.

වට ප්‍රස්තාර මගින් දත්ත නිරූපණය කිරීමේ දී මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව වෘත්තයක සම්පූර්ණ ප්‍රදේශයෙන් (වර්ගඵලයෙන්) දැක්වෙයි. සංඛ්‍යාත දැක්වෙන්නේ සුදුසු කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ මගිනි. එම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සොයන අයුරු දැන් සලකා බලමු.



නිදසුනක් ලෙස සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 8කට වෙන් කර ඇති ඉහත රූපයේ
දැක්වෙන වෘත්තය සලකමු.
එක් කොටසක වර්ගඵලය වෘත්තයේ වර්ගඵලයෙන් $\frac{1}{8}$ කි. එවිට කේන්ද්‍රය වටා ඇති කෝණය ද සමාන කොටස් 8කට වෙන් වේ.

ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණය 360°ක් නිසා එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක කෝණය එනම් කේන්ද්‍ර කෝණය, කේන්ද්‍රය වටා ඇති කෝණයෙන් $\frac{1}{8}$ කි. එනම් 360°න් $\frac{1}{8}$ කි.

එම නිසා වෘත්තයෙන් $\frac{1}{8}$ දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 360^\circ \times \frac{1}{8}$

$= \underline{\underline{45^\circ}}$

එසේම වෘත්තයෙන් $\frac{3}{8}$ දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 360^\circ \times \frac{3}{8}$

$= \underline{\underline{135^\circ}}$

දැන්, ඉහත වගුවේ දී ඇති දත්ත දැක්වීමට සුදුසු වට ප්‍රස්තාරයක් අඳිමු.
මුලින් ම සුදුසු අරයක් සහිත (සෙන්ටිමීටර 3ක් පමණ සෑහේ) වෘත්තයක් අඳිමු.

එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වටා කෝණය වන 360°ට අනුරූප වර්ගඵලය වන වෘත්තයේ මුළු වර්ගඵලයෙන් සිසුන් 60 දෙනා දක්වමු.

එවිට, එක් සිසුවෙකු නිරූපණය කෙරෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{1}{60}$

$= \underline{\underline{6^\circ}}$



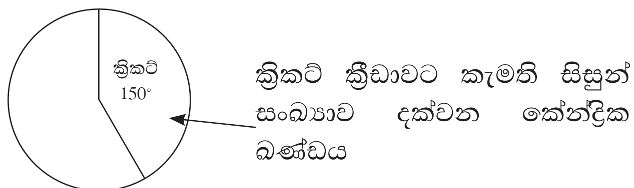
මේ අනුව,

ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් 25දෙනා දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{25}{60}$

$= 6^\circ \times 25$

$= \underline{\underline{150^\circ}}$

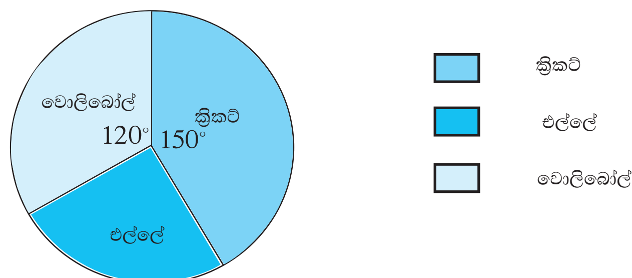
දැන් එය මෙසේ වෘත්තය තුළ දක්වමු.



මෙලෙසම වොලිබොල් ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් 20දෙනා දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය } $= 360^\circ \times \frac{20}{60}$

$= 120^\circ$

වෘත්තයේ ඉතිරි වෘත්ත ඛණ්ඩයෙන් එල්ලේ ක්‍රීඩාවට කැමති සිසුන් නිරූපණය වේ. එයට අනුරූප කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $360^\circ \times \frac{15}{60}$ ලෙස සෙවිය හැකි වුවත් එසේ සෙවීම අනවශ්‍ය ය. ඉතිරි කෝණයේ අගය එයට සමාන විය යුතු ය. මෙම කරුණු සියල්ල පහත ආකාරයේ වට ප්‍රස්තාරයකින් දැක්විය හැකි ය.



වට ප්‍රස්තාරයක සාමාන්‍යයෙන් කෝණ අගය දෙනු නොලබන අතර එක් එක් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙන් නිරූපිත අගය ප්‍රතිශත ලෙස දෙනු ලැබේ.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ වෙනස් වර්ණවලින් හෝ රටාවලින් දැක්වීමෙන් දත්ත සැසඳීම පහසු වේ. එකම වෘත්තයක දත්ත නිරූපණය වන බැවින් වඩා අඩු, වඩා වැඩි ආදී වශයෙන් සැසඳීමට පහසු ය.

නිදසුන 1

පුද්ගලයින් 600 දෙනෙකු සහභාගි වූ ශ්‍රමදානයක දී දිවා ආහාරය ලබා දීම සඳහා තමන් වඩාත් කැමති ව්‍යංජන වර්ගය පිළිබඳ ව විමසා ලබා ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

ආහාර වර්ගය	පුද්ගලයන් ගණන
මාළු	250
බිත්තර	150
මස්	75
එළවළු	125
එකතුව	600

ඉහත තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වමු.

මාළු ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන් 250 දක්වන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{250}{600}$

$= \underline{\underline{150^\circ}}$

බිත්තර ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන් 150 දක්වන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{150}{600}$

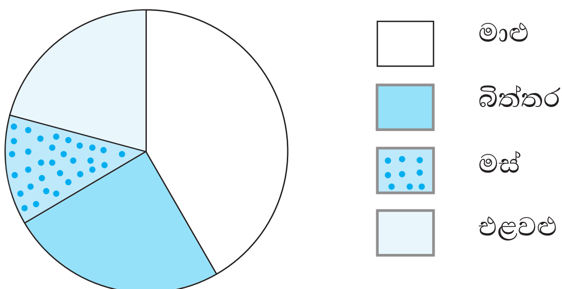
$= \underline{\underline{90^\circ}}$

මස් ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන් 75 දක්වන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \frac{75}{600}$

$= \underline{\underline{45^\circ}}$

එළවළු ආහාරයට ගන්නා පුද්ගලයන්, වට ප්‍රස්තාරයේ ඉතිරි කොටසින් ලැබෙන නිසා ඉහත ආකාරයට ගණනය කිරීම අනවශ්‍යය.

ඉහත දැක්වූ තොරතුරු අනුව සැකසූ වට ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



11.1 අභ්‍යාසය

1. පංතියක ළමයි 40 දෙනෙක් සිටිති. ඔවුන් සෞන්දර්ය විෂය වශයෙන් නැටුම්, සංගීතය සහ චිත්‍ර යන විෂයයන් තෝරා ගෙන ඇත. ඔවුන්ගෙන් 20 දෙනෙක් චිත්‍ර විෂය ද, 15 දෙනෙක් සංගීත විෂය ද හදාරති. ඉතිරි ළමයි නැටුම් විෂය හදාරති.
   ඉහත තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන වගුවෙන් පාසලක උසස් පෙළ පංතිවල ඉගෙනුම ලබන සිසුන් හදාරන විෂය ධාරා පිළිබඳ තොරතුරු දැක්වේ.

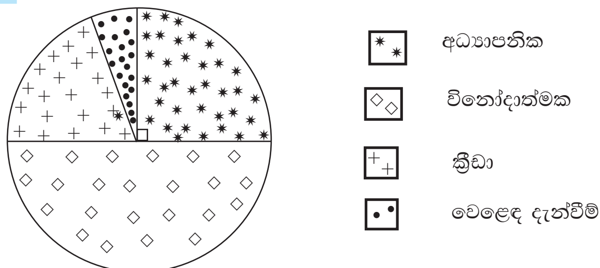
විෂය ධාරාව	සිසුන් සංඛ්‍යාව
කලා	45
විද්‍යා	20
වාණිජ	25
තාක්ෂණ	30

ඉහත තොරතුරු දැක්වීම සඳහා වට ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

3. පුවත්පත් විකුණන වෙළෙඳසලක සතියේ දිනක දී විකුණුනු පුවත්පත් සංඛ්‍යාව 540ක් විය. විකිණුනු සිංහල පුවත්පත් ගණන 210ක් ද දමිළ පුවත්පත් ගණන 150ක් ද වූ අතර ඉතිරිය ඉංග්‍රීසි පුවත්පත් විය. මෙම තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

11.2 වට ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් තොරතුරු ලබා ගැනීම

නිදසුන 1



ඉහත වට ප්‍රස්තාරයෙන්, දිනකට පැය 18ක් විකාශය වන රූපවාහිනී නාලිකාවක්, එක් එක් වැඩසටහන සඳහා තම විකාශන කාලය වෙන් කර ඇති ආකාරය දැක්වෙයි.
මෙම වට ප්‍රස්තාරයෙන් පහත විමසා ඇති තොරතුරු ලබා ගනිමු.

(i) වැඩිම කාලයක් වෙන් කොට ඇත්තේ කුමන වර්ගයේ වැඩසටහන් සඳහා ද?
(ii) අඩුම කාලයක් වෙන් කොට ඇත්තේ කුමන වර්ගයේ වැඩසටහන් සඳහා ද?
(iii) (*a*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය කොපමණ ද?
(*b*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය මුළු විකාශන කාලයෙහි භාගයක් ලෙස දක්වන්න.

(*c*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය කොපමණ ද?

(*d*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය සහ විනෝදාත්මක වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලය අතර අනුපාතය සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

(iv) (*a*) ක්‍රීඩා සඳහා වෙන් කර තිබූ කාලය පැය 3ක් නම්, ක්‍රීඩා දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය කොපමණ ද?

(*b*) වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහා යොදා ගැණුන කාලය කොපමණ ද?

පිළිතුරු

(i) වෘත්ත ප්‍රස්තාරයේ විශාලම වෘත්ත ඛණ්ඩයෙන් විනෝදාත්මක වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කළ කාලය නිරූපණය කෙරෙයි. එනම් වැඩිම කාලයක් වෙන් කර ඇත්තේ විනෝදාත්මක වැඩසටහන් සඳහායි.

(ii) කුඩාම කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙන් දැක්වෙන්නේ වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහා වෙන් කර ඇති කාලයයි. එනම් අවම කාලයක් වෙන් කොට ඇත්තේ වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහායි.

(iii) *a*) 90°

b) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන් කරන කේන්ද්‍ර ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 90^\circ$

මුළු කාලය නිරූපණය කරන කෝණය $= 360^\circ$

අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන්කර ඇති කාලය මුළු කාලයේ භාගයක් ලෙස $\Big\} = \dfrac{90}{360} = \dfrac{1}{4}$

c) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් සඳහා වෙන්කර ඇති කාලය $=$ පැය $18 \times \dfrac{90}{360}$

$=$ පැය $4\dfrac{1}{2}$

(*d*) අධ්‍යාපනික වැඩසටහන් නිරූපිත කේන්ද්‍ර කෝණය $= 90^\circ$

විනෝදාත්මක වැඩසටහන් නිරූපිත කේන්ද්‍ර කෝණය $= 180^\circ$

$\therefore$ අසා ඇති අනුපාතය $= 90 : 180$

$= 1 : 2$

(iv) (*a*) ක්‍රීඩා සඳහා වෙන් කළ කාලය, මුළු කාලයේ භාගයක් ලෙස $= \dfrac{\text{පැය } 3}{\text{පැය } 18} = \dfrac{1}{6}$

ක්‍රීඩා සඳහා වෙන් කළ කාලය දැක්වෙන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ \times \dfrac{1}{6}$

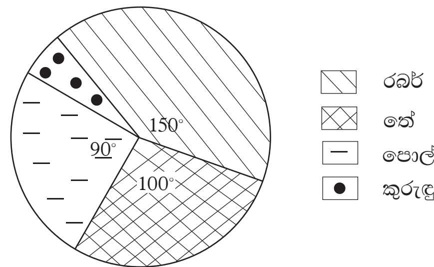
$= 60^\circ$

(b) වෙළෙඳ දැන්වීම් නිරූපණය කරන කේන්ද්‍ර කෝණය $= 360^\circ - 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$
$= 30^\circ$

වෙළෙඳ දැන්වීම් සඳහා වෙන්වුණ කාලය $= \frac{30}{60} \times 3 =$ පැය $1\frac{1}{2}$

නිදසුන 2

පහත දැක්වෙන්නේ එක්තරා ප්‍රදේශයක හෙක්ටාර 720 භූමි ප්‍රදේශයක වගා කර ඇති වගාවන් පිළිබඳ තොරතුරු දැක්වෙන වට ප්‍රස්තාරයකි.



වට ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු ලියන්න.

(i) වැඩිම බිම් ප්‍රමාණයක වගා කර ඇති වගාව කුමක් ද?
(ii) අඩුම භූමි ප්‍රමාණයක වගා කර ඇති වගාව කුමක් ද?
(iii) තේ වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?
(iv) කුරුඳු වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?

පිළිතුරු

(i) රබර්
(ii) කුරුඳු
(iii) තේ වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය $= 100^\circ$

තේ වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය $=$ හෙක්ටාර $\frac{100}{360} \times 720$

$=$ හෙක්ටාර 200

(iv) කුරුඳු වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය

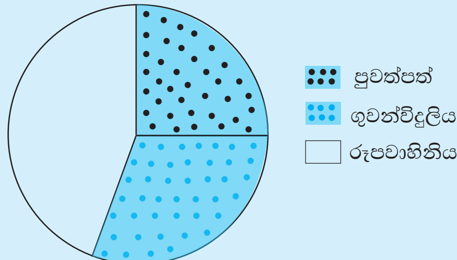
$= 360^\circ - (100^\circ + 150^\circ + 90^\circ)$
$= 360^\circ - 340^\circ$
$= 20^\circ$

කුරුඳු වගා කර ඇති භූමි ප්‍රමාණය $=$ හෙක්ටාර $\frac{20}{360} \times 720$

$=$ හෙක්ටාර 40

11.2 අභ්‍යාසය

1. පාසලක 10 ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන ළමයින් 40ක ගෙන් තමන් වඩාත් කැමැති මාධ්‍යය පිළිබඳ ව විමසන ලදුව ලබා ගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කළ වට ප්‍රස්තාරයක් පහත දැක්වේ.



වට ප්‍රස්තාරය ඇසරෙන් පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු ලියන්න.

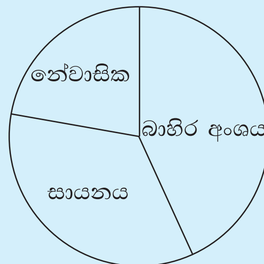
(i) වැඩිම ළමයි ගණනක් කැමති මාධ්‍යය කුමක් ද?

(ii) අඩුම ළමයි ගණනක් කැමති මාධ්‍යය කුමක් ද?

(iii) රූපවාහිනී මාධ්‍යයට කැමති ළමුන් නිරූපණය කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 162° නම්, රූපවාහිනී මාධ්‍යයට කැමති ළමයි සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(iv) පුවත්පත් මාධ්‍යයට කැමති ළමයි නිරූපණය කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 90° නම්, පුවත්පත් මාධ්‍යයට කැමති ළමයි සංඛ්‍යාව සොයන්න.

2. එක්තරා දිනක දී, රෝහලක විවිධ අංශවලින් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් ගණන පිළිබඳ තොරතුරු පහත වට ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ. එදින රෝහලින් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් මුළු රෝගීන් ගණන 600කි.

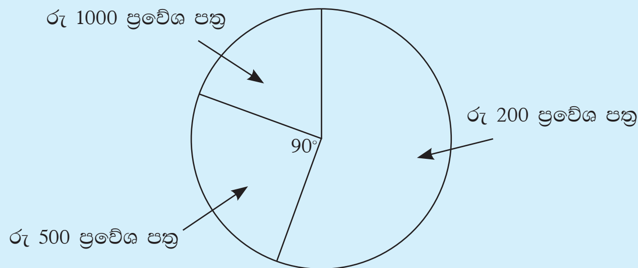


(i) මෙම දිනය තුළ දී වැඩිම රෝගීන් ගණනක් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් අංශය කුමක් ද?

(ii) වැඩිම ගණනක් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් අංශයෙන් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව නිරූපණ කරන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කෝණය 150° නම්, එම අංශයෙන් ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?

(iii) නේවාසිකව ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව 130ක් නම්, වට ප්‍රස්තාරයේ නේවාසික රෝගීන් දක්වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණයේ අගය සොයන්න.

3. නාට්‍ය දර්ශනයක් සඳහා රු 1000, රු 500 සහ රු 200 වටිනාකමින් යුත් ටිකට්පත් මුද්‍රණය කරන ලදි. අලෙවි වූ ටිකට් ප්‍රමාණ පිළිබඳ තොරතුරු පහත වට ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



(i) වැඩියෙන් ම අලෙවි වූයේ කුමන වටිනාකමින් යුත් ප්‍රවේශ පත්‍ර ද?

(ii) අලෙවි වූ රු 500 ටිකට් ගණන අලෙවි වූ මුළු ප්‍රවේශ පත්‍ර සංඛ්‍යාවෙන් කොපමණ භාගයක් ද?

(iii) රු 1000 ප්‍රවේශපත්‍ර 140ක් අලෙවි වී තිබුණි. එම ප්‍රවේශ පත්‍ර අලෙවි වූ ප්‍රමාණය දැක්වෙන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 70°ක් නම් විකුණන ලද රු 200 ටිකට්පත් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

(iv) ප්‍රවේශ පත්‍ර විකිණීමෙන් ලැබූ මුළු ආදායම කොපමණ ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. මහා විද්‍යාලයක 1 ශ්‍රේණියේ සිට උසස් පෙළ දක්වා පංති පැවැත්වේ. 1 - 5 ශ්‍රේණිවල ඉගෙනුම ලබන ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව 600කි. 6 - 11 ශ්‍රේණිවල ඉගෙනුම ලබන ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව 500කි. උසස් පෙළ ශ්‍රේණිවල ඉගෙනුම ලබන සිසුන් ගණන 340කි. මෙම තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

2. කර්මාන්තශාලාවක සේවකයන් හට ගමනාගමන පහසුකම් සැලසීමේ අරමුණින්, ඔවුන්ගෙන් ලබා ගත් තොරතුරු පහත දැක්වේ.

කර්මාන්ත ශාලාවට පැමිණෙන ආකාරය	සේවක සංඛ්‍යාව
පා ගමනින්	110
පා පැදියෙන්	100
බසයෙන්	690

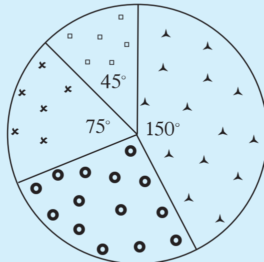
මෙම තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

3. එක්තරා නිවෙසක ජනවාරි මාසය සඳහා වූ ජල, විදුලි හා දුරකතන බිල්වල එකතුව රු 2700කි. විදුලි බිල රු 1440කි. ජල සැපයුම සඳහා බිල රු 750කි. ඉහත තොරතුරු වට ප්‍රස්තාරයකින් දක්වන්න.

4. සුහසාධක සමිතියක වාර්ෂික චාරිකාව සඳහා පොළොන්නරුව, අනුරාධපුරය, මහනුවර යන ප්‍රදේශවලින් එකක් තෝරා ගැනීමට තීරණය විය. සාමාජික සංඛ්‍යාවෙන් $\frac{1}{4}$ ක් පොළොන්නරුව ප්‍රදේශයට කැමැත්ත ප්‍රකාශ කරන ලදි. සාමාජිකයෝ 36ක් මහනුවර ප්‍රදේශයට ද ඉතිරි සාමාජිකයෝ 54 දෙනා අනුරාධපුර ප්‍රදේශයට ද කැමැත්ත ප්‍රකාශ කළහ.

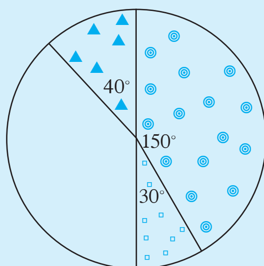
(i) සුහසාධක සංගමයේ සාමාජික සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?
(ii) ඉහත දත්ත වට ප්‍රස්තාරයකින් නිරූපණය කරන්න.

5. පහත දැක්වෙන වට ප්‍රස්තාරයෙන්, මැතිවරණයක දී පක්ෂ හතරක් ලබා ගත් ඡන්ද ප්‍රමාණ දැක්වේ. වැඩිම ඡන්ද ප්‍රමාණයක් ලබා ගත් පක්ෂයට ලැබුණු මුළු ඡන්ද ප්‍රමාණය 9300 කි.



(i) පක්ෂ 4ම ලබා ගත් ඡන්ද සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?
(ii) තෙවන තැන ලබා ගත් පක්ෂය ලබා ගත් මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාව කොපමණ ද?
(iii) හතරවන තැන ලැබූ පක්ෂය ලබා ගත් ඡන්ද ප්‍රමාණය මුළු ඡන්ද ප්‍රමාණයෙන් භාගයක් ලෙස දක්වන්න.
(iv) වට ප්‍රස්තාරයේ දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන්, දෙවන තැන දිනූ පක්ෂය ලබා ගත් ඡන්ද සංඛ්‍යාව මුළු ඡන්ද සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිශතයක් ලෙස දක්වන්න.

6. ක්‍රීඩා සමාජයක සාමාජිකයින්ගෙන් තමන් වඩාත් කැමැති ගෘහස්ථ ක්‍රීඩාව පිළිබඳ විමසා රැස්කර ගත් දත්ත පහත වට ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



චෙස් ක්‍රීඩාවට කැමැති සාමාජික සංඛ්‍යාව 8 කි.

වට ප්‍රස්තාරයට අනුව

(i) වැඩිම සාමාජික සංඛ්‍යාවක් කැමැති ක්‍රීඩාව කුමක් ද?
(ii) කැරම් ක්‍රීඩාවට කැමැති සාමාජිකයින් ගණන කොපමණ ද?
(iii) මේස පන්දු ක්‍රීඩාවට කැමැති සාමාජිකයින් ගණන කොපමණ ද?

12 වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම

සංඛ්‍යා කිහිපයක කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය (කු.පො.ගු.) යන්නෙන් අදහස් වන්නේ එම සංඛ්‍යා සියල්ලෙන්ම බෙදෙන කුඩා ම සංඛ්‍යාව යි. එය සොයන ආකාරය ඔබ මීට පෙර ඉගෙනගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳ දැනුම නැවත මතකයට නගා ගනිමු.

6, 8, 12 යන සංඛ්‍යාවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය, ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් සොයමු.

$$6 = 2\times 3 = 2^1\times 3^1$$
$$8 = 2\times 2\times 2 = 2^3$$
$$12 = 2\times 2\times 3 = 2^2\times 3^1$$

ඉහත සංඛ්‍යාවල එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රථමක සාධක 2 හා 3 වේ. සංඛ්‍යා තුනේ ම සාධක සැලකූ විට ඒවායෙහි,

2 හි වැඩිතම බලය $= 2^3$
3 හි වැඩිතම බලය $= 3^1$

$\therefore$ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය $= 2^3\times 3$
$= \underline{\underline{24}}$

මේ අනුව, සංඛ්‍යා කිහිපයක කු.පො.ගු. සොයන ආකාරය මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

1. එක් එක් සංඛ්‍යාව ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියන්න.
2. සියලුම සංඛ්‍යාවල සාධක අතරින්, එක් එක් ප්‍රථමක සංඛ්‍යාව සඳහා, වැඩිතම බලය තෝරන්න.
3. එම බල සියල්ල ගුණ කිරීමෙන් කු.පො.ගු. ලබා ගන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වයෙහි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය, එම සංඛ්‍යා ප්‍රථමක සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවීමෙන් සොයන්න.

   (i) 12, 18, 24 (ii) 6, 10, 15 (iii) 20, 30, 60
   (iv) 8, 12, 24 (v) 24, 36, 48

2. අයිස්ක්‍රීම් නිෂ්පාදන ආයතනයක් සතු ව අයිස්ක්‍රීම් වෑන් රථ තුනක් ඇත. එක් වෑන් රථයක් දින 3කට වරක් ද, තවත් වෑන් රථයක් දින 6කට වරක් ද, ඉතිරි වෑන් රථය දින 8කට වරක් ද ''ඉසුරුවිමන'' නිවාස සංකීර්ණයට පැමිණෙයි. මෙම වෑන් රථ තුන ම එක ම දිනක දී ''ඉසුරුවිමන'' ට පැමිණියේ නම්, නැවත වරක් එක ම දිනක දී පැමිණෙන්නේ දින කීයකට පසු ද?

3. ජෝර්ජ් මහතා සෑම ඉරිදා දිනක ම ඉර බැසීම නැරඹීම සඳහා ගාලු මුවදොර පිටියට යන අතර, මොහොමඩ් මහතා දින 6කට වරකුත්, ප්‍රියන්ත මහතා දින 8කට වරකුත් ඉර බැසීම නැරඹීම සඳහා මෙම ස්ථානයට ම පැමිණෙති. 2013.12.08 ඉරු දින මොවුන් ගාලු මෝදර පිටියේ දී එකට මුල් ම වතාවට හමු වූ අතර නැවත එකට එම ස්ථානයේ දී ම ඔවුන් හමු වන්නේ දින කීයකට පසු ද? එම දිනය කුමක් ද?

4. සංඛ්‍යාවක් 5න් බෙදූ විට එකක් ඉතිරි වේ. 6න් බෙදූ විට ද එකක් ඉතිරි වේ. 7න් බෙදූ විට ද එකක් ඉතිරි වේ. එසේ පවතින කුඩා ම සංඛ්‍යාව සොයන්න.

12.1 වීජීය පද සහිත ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම

වීජීය පද කිහිපයක කු.පො.ගු. යනුවෙන් අදහස් වන්නේ කුමක්ද යන්නත් එය සොයන ආකාරයත් දැන් විමසා බලමු. ඒ සඳහා නිදසුනක් ලෙස $4a^2$, $6ab$, $8b$ යන වීජීය පදවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයමු.

එක් එක් පදය සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලියමු.

$$4a^2 = 2\times2\times a\times a = 2^2\times a^2$$

$$6ab = 2\times3\times a\times b = 2^1\times3^1\times a^1\times b^1$$

$$8b = 2\times2\times2\times b = 2^3\times b^1$$

මෙම වීජීය ප්‍රකාශනවල එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, a හා b වේ.

2 හි විශාලතම බලය $= 2^3$
3 හි විශාලතම බලය $= 3^1$
a හි විශාලතම බලය $= a^2$
b හි විශාලතම බලය $= b^1$

මෙවිට කු.පො.ගු. ලෙස හැඳින්වෙන්නේ මෙම සාධකවල විශාලම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයයි.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= 2^3\times3\times a^2\times b$
$= \underline{\underline{24a^2b}}$

දෙන ලද වීජීය පද සහිත ප්‍රකාශනවල එකිනෙකට වෙනස් සියලු ම සාධකවල විශාලත ම දර්ශකය සහිත බලවල ගුණිතයෙන් කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය ලැබේ.

12.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කොටසෙහි ඇති ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

(i) xy, xy^2 (ii) a^2b, ab^2 (iii) $6, 3a, 8b$ (iv) $24, 8x, 10x^2$
(v) $4m, 8mn, 12m^2$ (vi) $6p, 4pq, 12pq^2$ (vii) $4, 6x^2y, 8y$ (viii) m^2n, nm, nm^2
(ix) $ab, 4a^2b, 8a^2b^2$ (x) $5xy, 10x^2y, 2xy^2$

12.2 ද්විපද ප්‍රකාශන සහිත වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සෙවීම තවදුරටත්

$2x + 4$ හා $3x - 9$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයමු.

මෙවැනි වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සෙවීම සඳහා මුලින්ම මෙම ප්‍රකාශනවල සාධක සෙවිය යුතු ය.

$$2x + 4 = 2\,(x + 2)$$
$$3x - 9 = 3\,(x - 3)$$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $2, 3, (x + 2)$ හා $(x - 3)$ වේ. සෑම සාධකයක ම විශාලම දර්ශකය 1 වේ.

විශාලතම දර්ශක සහිත බලවල ගුණිතය $= 2 \times 3 \times (x+2) \times (x-3)$

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= \underline{\underline{6\,(x+2)\,(x-3)}}$

නිදසුන 1

$15x^2$, $20\,(x + 1)$, $10\,(x + 1)^2$ හි කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$$15x^2 = 3 \times 5 \times x^2$$
$$20\,(x + 1) = 2 \times 2 \times 5 \times (x + 1) = 2^2 \times 5 \times (x + 1)$$
$$10\,(x + 1)^2 = 2 \times 5 \times (x + 1)^2$$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $2, 3, 5, x$ සහ $(x + 1)$ වේ.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= 2^2 \times 3 \times 5 \times x^2 (x+1)^2$

$= \underline{\underline{60x^2 (x+1)^2}}$

නිදසුන 2

$(b-a), 2(a-b), 4a^2\,(a-b)^2$ යන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$$(b-a) = (-1) \times (a-b)$$
$$2(a-b) = 2 \times (a-b)$$
$$4a^2 (a-b)^2 = 2 \times 2 \times a^2 \times (a-b)^2$$
$$= 2^2 \times a^2 \times (a-b)^2$$

මෙහි $b - a$ පදය ද $-(a - b)$ ලෙස සකසා ගත යුතු ය.

එකිනෙකට වෙනස් සාධක $2, (-1), a, (a-b)$ වේ.

විශාලත ම බලවල ගුණිතය $= 2^2 \times (-1) \times a^2 \times (a - b)^2$

$\therefore$ කු.පො.ගු $= \underline{\underline{-4a^2 (a-b)^2}}$

සටහන : $a - b = -(b - a)$ වුවද $(a - b)^2 = (b - a)^2$ බව දැන සිටීම ගැටලු විසඳීමේ දී පහසුවක් වනු ඇත.

12.2 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

a. $3x + 6, 2x - 4$

b. $2a + 8, 3a + 12$

c. $p - 4, 8 - 2p$

d. $8(x + 5), 20(x + 5)^2$

e. $3x, 15(x + 1), 9(x - 1)$

f. $a^2, 2(a - b), (b - a)$

g. $3(x - 2), 5(3 - x), (x - 2)(x - 3)$

h. $3x, 15(x - 3), 6(x - 3)^2$

i. $(t - 1), (1 - t)^2$

j. $2a - 4, 12(a - 2)^2, 8(a + 2)(2 - a)^2$

12.3 වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සෙවීම තවදුරටත්

(a) වර්ග දෙකක අන්තරයක් ඇති විට

නිදසුන 1

$2x - 6$, $4x(x - 3)^2$, $6(x^2 - 9)$ යන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$2x - 6 = 2(x - 3)$

$4x(x - 3)^2 = 2 \times 2 \times x \times (x - 3)^2$

$6(x^2 - 9) = 2 \times 3 \times (x - 3)(x + 3)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 2, 3, x, $(x - 3)$ සහ $(x + 3)$ වේ.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= 2^2 \times 3 \times x \times (x + 3) \times (x - 3)^2$

$= \underline{\underline{12x(x + 3)(x - 3)^2}}$

(b) ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන ඇති විට

නිදසුන 2

$3(x + 2)^2$, $x^2 + 5x + 6$, $2x^2 + 7x + 3$ යන වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය සොයන්න.

$3(x + 2)^2 = 3 \times (x + 2)^2$

$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

$2x^2 + 7x + 3 = (x + 3)(2x + 1)$

එකිනෙකට වෙනස් සාධක 3, $(x + 2)$, $(x + 3)$, $(2x + 1)$ වේ.

$\therefore$ කු.පො.ගු. $= \underline{\underline{3(x + 3)(2x + 1)(x + 2)^2}}$

12.3 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයන්න.

a. $3(x - 2), (x^2 - 4)$

b. $6(x - 1), 2x(x^2 - 1)$

c. $3x - 9, 4x(x - 3), (x^2 - 9)$

d. $(a - b), (a^2 - b^2)$

e. $p(p - q), pq(p^2 - q^2)$

f. $x^2 + 2x + 1, 2(x + 1)$

g. $x^2 - 8x + 15, 2x^2 - x - 15$

h. $x^2 - 4, 3x^2 - 5x - 2, 3x^2 - 9x - 12$

i. $m^2 - 5m + 6, m^2 - 2m - 3$

j. $x^2 - a^2, x^2 - ax, x^2 - 2ax + a^2$

13 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

හරයේ අසමාන වීජීය ප්‍රකාශන සහිත භාග සුළු කිරීම

පිළිබඳ අවබෝධයක් ලැබෙනු ඇත.

වීජීය භාග

පහත දැක්වෙන්නේ වීජීය භාගවලට නිදසුන් කිහිපයකි.

$$\frac{x}{4}, \quad \frac{2x+1}{x+3}, \quad \frac{3}{1+6y}, \quad \frac{x^2+x+1}{x^3-3x}$$

මේවායේ හරයේ හෝ ලවයේ හෝ ඒ දෙකෙහිම හෝ වීජීය ප්‍රකාශන ඇත. හරයේ ඇති ප්‍රකාශන සංඛ්‍යාත්මක හෝ සමාන වීජීය ප්‍රකාශන වන විට එම වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම පිළිබඳ ඔබ මීට පෙර ඉගෙන ගත් දෑ යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

(i) $\frac{x}{3}+\frac{x}{3}$ (ii) $\frac{x+1}{5}+\frac{2x+3}{3}$ (iii) $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}$

(iv) $\frac{x+1}{3}+\frac{x+3}{6}$ (v) $\frac{2}{a}+\frac{3}{a}-\frac{1}{a}$ (vi) $\frac{5}{x+2}-\frac{3x+1}{x+2}$

13.1 හරයේ අසමාන වීජීය පද සහිත භාග සුළු කිරීම

සුළු කරන්න.

$$\frac{2}{x}+\frac{3}{2x}$$

$\frac{2}{x}$ හා $\frac{3}{2x}$ යන භාග දෙකෙහි හරයේ ඇති පද දෙක x හා $2x$ වේ. ඒවා අසමාන නිසා මෙම භාග දෙක එකවරම එකතු කළ නොහැකි ය. එම නිසා, භාග දෙකෙහි හරය සමාන වන ලෙස එක් එක් භාගයට තුල්‍ය භාග ලියා සුළු කරමු.

එනම්,
$$\frac{2}{x}+\frac{3}{2x}=\frac{2\times 2}{x\times 2}+\frac{3}{2x}$$
$$=\frac{4}{2x}+\frac{3}{2x}$$
$$=\frac{7}{2x}$$

මෙහි එක් එක් තුල්‍ය භාගයේ හරය $2x$ වේ. $2x$ යන්න එක් එක් භාගයේ හරයේ (x හා $2x$ හි) කු.පො.ගු. බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඒ ආකාරයටම පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කර ඇති අයුරු විමසා බලන්න.

නිදසුන 1

$$\frac{5}{3a} - \frac{3}{4a}$$
$$= \frac{5\times 4}{3a\times 4} - \frac{3\times 3}{4a\times 3}$$
$$= \frac{20}{12a} - \frac{9}{12a}$$
$$= \frac{11}{12a}$$

නිදසුන 2

$$\frac{2}{3x} + \frac{5}{4y^2}$$
$$= \frac{2\times 4y^2}{3x\times 4y^2} + \frac{5\times 3x}{4y^2\times 3x}$$
$$= \frac{8y^2}{12xy^2} + \frac{15x}{12xy^2}$$
$$= \frac{8y^2+15x}{12xy^2}$$

නිදසුන 3

$$\frac{3b}{4a} + \frac{2a}{3b^2} + \frac{a}{2b}$$
$$= \frac{3b\times 3b^2}{4a\times 3b^2} + \frac{2a\times 4a}{3b^2\times 4a} + \frac{a\times 6ab}{2b\times 6ab}$$
$$= \frac{9b^3}{12ab^2} + \frac{8a^2}{12ab^2} + \frac{6a^2b}{12ab^2}$$
$$= \frac{9b^3+8a^2+6a^2b}{12ab^2}$$

13.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

a. $\frac{3}{x} + \frac{1}{3x}$ **b.** $\frac{7}{4a} - \frac{1}{2a}$ **c.** $\frac{3}{5m} + \frac{5}{4m^2}$ **d.** $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$

e. $\frac{7}{3x} - \frac{5}{4x}$ **f.** $\frac{3}{2a} + \frac{2}{a} - \frac{1}{3a}$ **g.** $\frac{3}{4x} - \frac{2}{3x} + \frac{4}{2x}$ **h.** $\frac{5}{m} + \frac{n}{3m}$

i. $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ **j.** $\frac{1}{4a^2} + \frac{3}{5a}$ **k.** $\frac{3n}{m^2} - \frac{4}{5m}$ **l.** $\frac{3}{2a^2} - \frac{5}{4b} + \frac{4b}{3}$

13.2 හරයේ අසමාන ද්විපද ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග සුළු කිරීම

මෙහි දී ද, ඉහත 13.1 හි පරිදි ම, හරයේ වීජීය ප්‍රකාශනවල කු.පො.ගු. සොයා එක් එක් භාගයට තුල්‍ය භාග ලිවීමෙන් පසු සුළු කරනු ලැබේ.

නිදසුන 1 සුළු කරන්න $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+5}$

$p+1$ සහ $p+5$ හි කු.පො.ගු. $(p+1)(p+5)$ වන නිසා

$$\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p+5} = \frac{p+5}{(p+1)(p+5)} + \frac{p+1}{(p+1)(p+5)}$$
$$= \frac{p+5+p+1}{(p+1)(p+5)}$$
$$= \frac{2p+6}{(p+1)(p+5)}$$
$$= \frac{2(p+3)}{(p+1)(p+5)}$$

නිදසුන 2

සුළු කරන්න.

$$\frac{4}{x+3} - \frac{3}{x+4}$$

$$= \frac{4\left(x+4\right)}{\left(x+3\right)\left(x+4\right)} - \frac{3\left(x+3\right)}{\left(x+3\right)\left(x+4\right)}$$

$(x+3)$ සහ $(x+4)$ හි කු.පො.ගු. $(x+3)(x+4)$ නිසා

$$= \frac{4\left(x+4\right)-3\left(x+3\right)}{\left(x+3\right)\left(x+4\right)}$$

$$= \frac{4x+16-3x-9}{\left(x+3\right)\left(x+4\right)}$$

$$= \frac{x+7}{\left(x+3\right)\left(x+4\right)}$$

හරයේ වර්ගජ ප්‍රකාශන ඇති විට වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක ලියා ගැනීමෙන් පසු හරයන්ගේ කු.පො.ගු. සොයා, ඉහත ආකාරයටම සුළු කළ යුතුය.

නිදසුන 3

සුළු කරන්න.

$$\frac{1}{\left(x+2\right)} + \frac{1}{\left(x^2-3x-10\right)}$$

$$= \frac{1}{\left(x+2\right)} + \frac{1}{\left(x+2\right)\left(x-5\right)}$$

$$= \frac{\left(x-5\right)+1}{\left(x+2\right)\left(x-5\right)}$$

$$= \frac{\left(x-4\right)}{\left(x+2\right)\left(x-5\right)}$$

නිදසුන 4

සුළු කරන්න.

$$\frac{1}{\left(x-1\right)} + \frac{3}{\left(x+1\right)} - \frac{2}{\left(x^2-1\right)}$$

$$= \frac{\left(x+1\right)}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)} + \frac{3\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)} - \frac{2}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}$$

$$= \frac{x+1+3x-3-2}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}$$

$$= \frac{4x-4}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}$$

$$= \frac{4\cancel{\left(x-1\right)}}{\cancel{\left(x-1\right)}\left(x+1\right)}$$

$$= \frac{4}{\left(x+1\right)}$$

13.2 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන වීජීය භාග සුළු කරන්න.

(A)

a. $\frac{1}{a} + \frac{2}{a+2}$

b. $\frac{5}{x} + \frac{3}{x+1}$

c. $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3}$

d. $5 + \frac{2}{x+3}$

e. $\frac{5}{4x+1} - \frac{3}{3(2x+1)}$

f. $\frac{8}{x+5} - \frac{3}{5-x}$

g. $\frac{2}{x+5} + \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x}$

h. $\frac{2}{1-x} - \frac{3}{5-x}$

i. $\frac{3}{2(y-2)} + \frac{2}{3(y-2)}$

j. $\frac{1}{m-3} - \frac{2}{2m-1}$

k. $\frac{3}{x-6} - \frac{2}{2x-5}$

l. $\frac{4}{3(x+1)} - \frac{2}{5(x-1)}$

(B)

a. $\frac{x+3}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$

b. $\frac{t-1}{t+1} + \frac{1}{t^2-1}$

c. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x^2-1}$

d. $\frac{1}{a-3} + \frac{1}{a^2-a-6}$

e. $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2+x-6}$

f. $\frac{3}{x^2+x-2} - \frac{1}{x^2-x-6}$

g. $\frac{4}{p^2+p-6} - \frac{2}{p^2+5p+6}$

h. $\frac{1}{x^2+4x+4} - \frac{1}{(x-2)(x+2)}$

i. $\frac{3}{a^2+5a+6} + \frac{1}{a^2+4a+3}$

j. $\frac{1}{2a+1} + \frac{1}{a^2+3a+2}$

14 ප්‍රතිශත

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- බදු වර්ග හඳුනා ගැනීමට හා ඒ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමටත්
- සුළු පොලිය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමටත්

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ඔබ මෙතෙක් ඉගෙනගෙන ඇති ප්‍රතිශත ආශ්‍රිත විෂය කරුණු නැවත මතකයට නගා ගැනීමට පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත වගුවේ එක් එක් කොටුව තුළට සුදුසු අගය ලියන්න.

භාගය	දශම ආකරය	ප්‍රතිශත ආකාරය
$\frac{1}{2}$	0.5	50%
$\frac{3}{5}$	0.6	
	0.8	80%
$\frac{1}{4}$		25%
	0.06	
		8%

2. ප්‍රතිශත ලෙස දක්වන්න.
   (i) රු 50ක් රු 200ක (ii) ශත 25ක් රුපියලක (iii) 8 cm ක් මීටර 2ක
   (iv) ග්‍රෑම් 50ක් 1 kgක (v) 300 ml ක් 1 lක (vi) ළමුන් 15ක් ළමුන් 40ක

3. ප්‍රමාණය සොයන්න.
   (i) රු 500න් 60%ක් (ii) 250 kmන් 20%ක් (iii) පැය 24න් 25%ක්
   (iv) 2lන් 3%ක් (v) 1 kgන් 15%ක් (vi) 1.5 mන් 12%ක්

14.1 බදු

ඕනෑම රටක පවත්නා රජයක් විසින් එම රටෙහි පුනරාවර්තන වියදම් පියවා ගැනීම සඳහා රටේ මහජනතාවගෙන් මුදල් අය කරනු ලැබේ. එලෙස අය කර ගන්නා මුදල් බදු ලෙස හැඳින්වේ. බදු වර්ග අය කර ගන්නා ආකාරය හා අය කර ගන්නා ප්‍රමාණය විවිධ වේ. ප්‍රතිශත ලෙස, බදු අය කිරීම සුලභ ක්‍රමයකි. පුද්ගලයෙකු රජයට කෙළින්ම ගෙවිය යුතු බදු වර්ග 'සෘජු' බදු ලෙස හැඳින්වේ. එවැනි බදු වර්ග කීපයක් පහත දැක්වේ.

- වරිපනම් බදු
- තීරු බදු
- ආදායම් බදු

ඍජු ව ම අය නොකෙරෙන බදු 'වක්‍ර බදු' ලෙස හැඳින්වේ. දැනට අය කෙරෙන එවැනි බදු වර්ගයක් ලෙස එකතු කළ අගය මත බද්ද හැඳින්විය හැකි ය.

වරිපනම් බදු

මහා නගර සභා, නගර සභා හා ප්‍රාදේශීය සභා යන පළාත් පාලන ආයතන මගින් අදාළ බලප්‍රදේශ තුළ ජීවත් වන පුද්ගලයන් සඳහා ලබා දෙන මහා මාර්ග පහසුකම්, කැලි කසළ කළමනාකරණය, වීදි ආලෝකකරණය වැනි විවිධ පහසුකම් සැපයීම වෙනුවෙන් එම බල ප්‍රදේශ තුළ පිහිටා ඇති නිවාස, ඉඩකඩම් හා ව්‍යාපාරික ස්ථානවලින් අය කෙරෙන මුදල් **වරිපනම් බදු** ලෙස හැඳින්වේ. රජයේ තක්සේරු දෙපාර්තමේන්තුව විසින් නිවාස ඉඩකඩම් වැනි දේපළවල වාර්ෂික වටිනාකම් තක්සේරු කරනු ලබන අතර, එම තක්සේරු වටිනාකමින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් වරිපනම් බදු ලෙස අය කෙරේ. මෙම බදු මුදල් සෑම වර්ෂයක් සඳහා ම ගණනය කෙරෙන අතර, එම මුදල් එකවර හෝ තුන්මසකට හෙවත් කාර්තුවකට වරක් බැගින් වූ සමාන වාරික 4කින් හෝ ගෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 1

වාර්ෂික වටිනාකම රු 36 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක් සඳහා 4%ක වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදලක් අය කෙරේ. කාර්තුවක් සඳහා ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල ගණනය කරන්න.

වාර්ෂික වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 36\,000 \times \frac{4}{100}$
$= \text{රු } 1\,440$

$\therefore$ කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 1\,440 \div 4$
$= \underline{\underline{\text{රු } 360}}$

නිදසුන 2

නගර සභා බල ප්‍රදේශයක පිහිටි කඩ කාමරයක් සඳහා වාර්ෂික තක්සේරු අගය රු 24 000ක් වන අතර ඒ සඳහා කාර්තුවකට අය කෙරෙන වරිපනම් බදු මුදල රු 300කි. අය කෙරෙන වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

කඩකාමරයේ තක්සේරු අගය $= \text{රු } 24\,000$
කාර්තුවකට අය කෙරෙන වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 300$
$\therefore$ වසරකට අය කෙරෙන වරිපනම් බදු මුදල $= \text{රු } 300 \times 4$
$= \text{රු } 1\,200$

$$\text{මේ අනුව, අය කෙරෙන වරිපනම බදු ප්‍රතිශතය} = \frac{1\,200}{24\,000} \times 100\%$$

$$= \underline{\underline{5\%}}$$

තීරු බදු

සමහර භාණ්ඩ ආනයනයේ දී සහ අපනයනයේ දී එහි වටිනාකමින් කොටසක් රජයට බදු ලෙස ගෙවිය යුතු ය. එසේ අය කෙරෙන බදු මුදල් තීරු බදු ලෙස හැඳින්වේ. එම බදු මුදල් අය කරනු ලබන්නේ ශ්‍රී ලංකා රේගු දෙපාර්තමේන්තුව මගිනි.

විදේශ සේවාවල නියුක්ත ව සිට ආපසු පැමිණෙන පුද්ගලයන් සඳහා ඇතැම් භාණ්ඩ තීරු බදු රහිත ව මිල දී ගත හැකි වන අතර, ඒ සඳහා ගුවන් තොටුපළවල තීරු බදු රහිත සාප්පු සංකීර්ණ පිහිටුවා ඇත. තවද, ඇතැම් සේවාවල නියුතු පුද්ගලයන් සඳහා තීරු බදු රහිත මිලට හෝ අඩු කරන ලද තීරු බදු සහිත ව වාහන ආනයනය කිරීමේ වරප්‍රසාදය රජය ලබා දෙයි.

නිදසුන 1

එක්තරා ඔරලෝසු වර්ගයක ආනයනික වටිනාකමින් 10%ක් තීරු බදු වශයෙන් ගෙවිය යුතු ය. රු 5 000ක ආනයනික වටිනාකමක් ඇති ඔරලෝසුවක් සඳහා ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල කොපමණ ද?

$$\text{ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල} = \text{රු } 5\,000 \times \frac{10}{100}$$

$$= \underline{\underline{\text{රු } 500}}$$

නිදසුන 2

මෝටර්රථයක් ආනයනයේ දී එහි වටිනාකමින් 60%ක් තීරු බදු ලෙස ගෙවිය යුතු ය. රු 2 000 000ක් වටිනා මෝටර්රථයක් සඳහා තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු ආනයනකරුට මෝටර් රථය සඳහා වියදම් වී ඇති මුදල සොයන්න.

I ක්‍රමය

$$\text{ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල} = \text{රු } 2\,000\,000 \times \frac{60}{100}$$

$$= \text{රු } 1\,200\,000$$

$$\text{තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු මෝටර් රථය සඳහා වියදම් වී ඇති මුදල} = \text{රු } 2\,000\,000 + 1\,200\,000$$

$$= \underline{\underline{\text{රු } 3\,200\,000}}$$

II ක්‍රමය

$$\text{තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු මෝටර් රථය සඳහා වියදම} = \text{රු } 2\,000\,000 \times \frac{160}{100}$$

$$= \underline{\underline{\text{රු } 3\,200\,000}}$$

නිදසුන 3

ශ්‍රී ලංකාවේ සිට මැද පෙරදිග රටවලට රු 300 000ක් වටිනා පලතුරු තොගයක් අපනයනය කිරීමේ දී ශ්‍රී ලංකා රේගුව මගින් අය කළ තීරු බදු මුදල රු 18 000ක් වූයේ නම්, අපනයනකරුට ගෙවීමට සිදු වූ තීරු බදු ප්‍රතිශතය සොයන්න.

පලතුරු තොගයේ වටිනාකමට = රු 300 000

ගෙවීමට සිදු වූ බදු මුදල = රු 18 000

අය කරන ලද තීරු බදු ප්‍රතිශතය $= \frac{18\ 000}{300\ 000} \times 100\%$

$= \underline{\underline{6\%}}$

නිදසුන 4

ආනයනය කරන ලද රූපවාහිනී යන්ත්‍රයක් සඳහා වටිනාකමින් 15%ක තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් අය කිරීමෙන් පසු එහි වටිනාකම රු 28 750ක් වූයේ නම්, තීරු බදු අය කිරීමට පෙර රූපවාහිනී යන්ත්‍රයේ වටිනාකම කොපමණ වී ද?

තීරු බදු අය කිරීමට පෙර රූපවාහිනී යන්ත්‍රයේ වටිනාකම $=$ රු $28\ 750 \times \frac{100}{115}$

$=$ රු $\underline{\underline{25\ 000}}$

ආදායම් බදු

යම් පුද්ගලයෙකු තම සේවා නියුක්තියෙන් හෝ තමා සතු දේපළවලින් හෝ පවත්වාගෙන යන ව්‍යාපාරවලින් හෝ ලබන වාර්ෂික ආදායම කිසියම් සීමාවක් ඉක්මවන විට ඒ සඳහා රජය බද්දක් අය කරයි. එවැනි බදු **ආදායම් බදු** ලෙස හැඳින්වේ.

යම් වර්ෂයක් සඳහා ගෙවීමට ඇති ආදායම් බදු මුදල්, වාර්ෂික ව හෝ ත්‍රෛමාසික වාරික ලෙස හෝ ගෙවීමට පහසුකම් සලසා ඇත. දේශීය ආදායම් බදු දෙපාර්තමේන්තුව 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක කරන ආදායම් බදු ගණනය කරන ආකාරය සහිත වගුවක් පහත දක්වා ඇත (එම අගයන් ඉදිරි කාලවල දී වෙනස් විය හැකි ය).

වාර්ෂික ආදායම	බදු ප්‍රතිශතය
පළමු රු 500 000	ආදායම් බද්දෙන් නිදහස්
ඊළඟ රු 500 000	4%
ඊළඟ රු 500 000	8%
ඊළඟ රු 500 000	12%
ඊළඟ රු 500 000	16%
ඊළඟ රු 500 000	20%
රු 3 000 000 වැඩි	24%

(13.1 වගුව - උපුටා ගැනීම: මහ බැංකු වාර්තාව 2013)

මෙම පාඩම තුළ ඇති නිදසුන් හා අභ්‍යාසවල ආදායම් බදු ගණනය කිරීමේ දී මෙම වගුවේ ඇති තොරතුරු යොදා ගැනේ.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු 575 000ක් නම්, එම වර්ෂය සඳහා ඔහු විසින් ගෙවිය යුතු ආදායම් බද්ද ගණනය කරන්න.

ඔහු ලබන මුළු ආදායම = රු 575 000
ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් මුදල = රු 500 000
බදු අය කෙරෙන ආදායම = රු 575 000 − 500 000
= රු 75 000

ගෙවිය යුතු බදු මුදල = රු 75 000 $\times \frac{4}{100}$

= රු 3 000

නිදසුන 2

එක්තරා ව්‍යාපාරිකයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු 1 650 000ක් නම්, එම වර්ෂය සඳහා ඔහු ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බද්ද ගණනය කරන්න.
මුලින්ම, වාර්ෂික ආදායම පහත දැක්වෙන පරිදි වෙන් කර ගනිමු.

$$\underbrace{1\,650\,000}_{\text{වාර්ෂික ආදායම}} = \underbrace{500\,000}_{\text{බද්දෙන් නිදහස් මුදල}} + \underbrace{500\,000}_{\text{4\% ක බදු ප්‍රතිශතය}} + \underbrace{500\,000}_{\text{8\% ක බදු ප්‍රතිශතය}} + \underbrace{150\,000}_{\text{12\% ක බදු ප්‍රතිශතය}}$$

ආදායම් බද්දෙන් නිදහස් මුදල = රු 500 000
ඊළඟ රු 500 000 සඳහා අය කෙරෙන බදු මුදල = රු 500 000 $\times \frac{4}{100}$

= රු 20 000

ඊළඟ රු 500 000 සඳහා අය කෙරෙන බදු මුදල = රු 500 000 $\times \frac{8}{100}$

= රු 40 000

ඊළඟ රු 150 000 සඳහා අය කෙරෙන බදු මුදල = රු 150 000 $\times \frac{12}{100}$

= රු 18 000

ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බදු මුදල = රු 20 000 + 40 000 + 18 000
= රු 78 000

එකතු කළ අගය මත බදු (VAT)

කිසියම් භාණ්ඩයක් මිල දී ගැනීමේ දී හෝ සේවාවක් ලබා ගැනීමේ දී එහි මුළු වටිනාකමින් කිසියම් ප්‍රතිශතයක් එකතු කළ අගය මත බදු ලෙස අය කෙරේ. භාණ්ඩ අලෙවිකරුවන් හා සේවා සපයන්නන් මෙම බදු මුදල් පාරිභෝගිකයන්ගෙන් අය කර ගන්නා අතර, එම මුදල් රජයට ගෙවීමට ඔවුහු බැඳී සිටිති.

නිදසුන 1

පුද්ගලයෙකුගේ එක්තරා මාසයක දුරකථන ගාස්තුව රු 2 500ක් විය. ඒ සඳහා 15%ක එකතු කළ අගය මත බද්දක් (VAT) එකතු කර දුරකථන බිල සාදනු ලබයි නම් ඔහුගේ දුරකථන බිල කොපමණ ද?

I ක්‍රමය

එකතු කළ අගය මත බද්ද $= \text{රු } 2\ 500 \times \frac{15}{100}$

$= \text{රු } 375$

ගෙවිය යුතු මුළු බිලෙහි වටිනාකම $= \text{රු } 2\ 500 + 375$

$= \underline{\underline{\text{රු } 2\ 875}}$

II ක්‍රමය

$\text{රු } 2\ 500 \times \frac{115}{100}$

$= \underline{\underline{\text{රු } 2\ 875}}$

නිදසුන 2

එක්තරා ආයතනයක් නිෂ්පාදනය කළ සපත්තු කුට්ටමක නිෂ්පාදන වියදම පහත දක්වා ඇත.

අමුද්‍රව්‍ය	-	රු 1 200
ශ්‍රමය	-	රු 300
අනෙකුත් වියදම්	-	රු 200
මුළු වියදම	-	රු 1 700

විකුණුම් මිලෙන් 15%ක එකතු කළ අගය මත බද්දක් රජයට ගෙවිය යුතු අතර සපත්තු කුට්ටමක් සඳහා රු 250ක ලාභයක් ද ලැබීමට ආයතනය බලාපොරොත්තු වේ. සපත්තු කුට්ටමක විකුණුම් මිල සොයන්න.

සපත්තු කුට්ටමක විකුණුම් මිල $= 1700 + 250 = \text{රු. } 1\ 950$
(බදු රහිත විකුණුම් මිල)

ගෙවිය යුතු බදු මුදල $= \text{රු } 1\ 950 \times \frac{15}{100}$

$= \text{රු } 292.50$

සපත්තු කුට්ටමේ විකුණුම් මිල $= \text{රු } 1\ 950 + 292.50$

$= \underline{\underline{\text{රු } 2242.50}}$

II ක්‍රමය

$\text{රු } 1\ 950 \times \frac{115}{100}$

$\underline{\underline{\text{රු } 2242.50}}$

14.1 අභ්‍යාසය

1. වාර්ෂික වටිනාකම රු 15 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක් සඳහා අදාළ පළාත් පාලන ආයතනය 5%ක වරිපනම් බද්දක් අය කරයි නම් වසරකට නිවස සඳහා ගෙවිය යුතු වරිපනම් බද්ද ගණනය කරන්න.

2. වාර්ෂික වටිනාකම රු 18 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති කඩ කාමරයක් සඳහා ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය 6%ක් නම්,
   (i) වසරකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල කොපමණ ද?
   (ii) කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල කොපමණ ද?

3. නගර සභා සීමාවක් තුළ පිහිටා ඇති වාර්ෂික වටිනාකම රු 18 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක් සඳහා කාර්තුවකට ගෙවිය යුතු වරිපනම් බදු මුදල රු 270ක් නම් නගර සභාව අය කර ඇති වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

4. 8%ක වරිපනම් බදු ප්‍රතිශතයක් අය කෙරෙන මහ නගර සභා සීමාවක් තුළ පිහිටි ආපන ශාලාවකින් කාර්තුවකට අය කෙරෙන බදු මුදල රු 1 200ක් නම් ආපනශාලාවේ වාර්ෂික වටිනාකම කොපමණ ද?

5. වාර්ෂික වටිනාකම රු 30 000ක් ලෙස තක්සේරු කර ඇති නිවසක අයිතිකරු වූ සිල්වා මහතා එම නිවස රු 3 000ක මාසික කුලී මුදලක් යටතේ වසරක කාලයක් සඳහා, පෙරේරා මහතාට කුලියට දී ඇත. නිවස පිහිටා ඇති ප්‍රාදේශීය සභාව වාර්ෂික තක්සේරුවෙන් 4%ක වටිනාකමක් වරිපනම් බදු ලෙස අය කරන අතර, නිවසේ නඩත්තු කටයුතු සඳහා, කුලී මුදලින් 15%ක් වැය කිරීමට සිල්වා මහතාට සිදු වේ. වසර අවසානයේ සිල්වා මහතාට ඉතිරි වන මුදල කොපමණ ද?

6. ශීතකරණයක ආනයනික මිල රු 40 000කි. ශීතකරණ සඳහා අය කෙරෙන තීරු බදු ප්‍රතිශතය 20%ක් නම්, ගෙවිය යුතු තීරු බදු මුදල ගණනය කරන්න.

7. රු 12 000ක් වටිනා කැමරාවක් ආනයනය කිරීමේ දී ගෙවීමට සිදු වූ තීරු බදු මුදල රු 3 000ක් නම්, අය කර ඇති තීරු බදු ප්‍රතිශතය කොපමණ ද?

8. ත්‍රිරෝද රථ වර්ගයක් ආනයනයේ දී 50%ක තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් අය කරනු ලැබේ. තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු ත්‍රිරෝද රථයක වටිනාකම රු 450 000ක් වේ නම්, තීරු බදු ගෙවීමට පෙර ත්‍රිරෝද රථයේ වටිනාකම කොපමණ ද?

9. රු 50 000ක් වටිනා නිමි ඇඳුම් තොගයක් අපනයනය කිරීමේ දී 12%ක තීරු බදු ප්‍රතිශතයක් අය කෙරෙයි නම්, තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු ඇඳුම් තොගයේ වටිනාකම කොපමණ ද?

10. එක්තරා යතුරුපැදි වර්ගයක් ආනයනය කිරීමේ දී එහි වටිනාකමින් 15%ක් තීරු බදු වශයෙන් ගෙවිය යුතු ය. යතුරුපැදියේ ආනයනික වටිනාකම රු 175 000ක් වේ.
    (i) තීරු බදු ගෙවීමෙන් පසු යතුරුපැදියේ වටිනාකම කොපමණ ද?
    (ii) වියදමෙන් 10%ක ලාභයක් ලැබෙන සේ යතුරුපැදිය විකිණිය යුතු මිල කොපමණ ද?

11. පුද්ගලයෙකුගේ වාර්ෂික ආදායම රු 550 000ක් නම්, 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන ආදායම් බදු ගණනය කිරීම් අනුව (13.1 වගුව) ඔහු විසින් ගෙවිය යුතු ආදායම් බද්ද කොපමණ ද?

12. වාර්ෂික ආදායම රු 1 800 000ක් වන පුද්ගලයෙකු 13.1 වගුවට අනුව ගෙවිය යුතු මුළු ආදායම් බදු මුදල කොපමණ ද?

13. ව්‍යාපාරිකයෙක් විසින් 2012 වසර තුළ ගෙවූ ආදායම් බදු මුදල රු 56 000ක් නම්, 2011 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන බදු ගණනය කිරීම් අනුව (13.1 වගුව) ඔහුගේ වාර්ෂික ආදායම කොපමණ ද?

14. නිවෙසක මාසික දුරකථන ගාස්තු සඳහා අය වන මුදල රු 1 200ක් වූ අතර, ඒ සඳහා අය කරන ලද එකතු කළ අගය මත බදු ප්‍රතිශතය 10%ක් නම්, ගෙවිය යුතු මුළු බිල්පතේ වටිනාකම කොපමණ ද?

15. මෝටර්රථයක් ආනයනය කළ පුද්ගලයෙකුට ගෙවීමට සිදු වූ වියදම් මෙසේ ය.

ආනයනික මිල	-	රු 600 000
අය කළ තීරු බදු මුදල	-	රු 400 000
ගොඩබෑම් හා ප්‍රවාහන කුලිය	-	රු 50 000

මේ සියලු වියදම් සඳහා 15%ක එකතු කළ අගය මත බද්දක් (VAT) අය කෙරේ නම් මෝටර් රථය සඳහා ඔහු වැය කළ මුළු මුදල කොපමණ ද?

16. ගෘහස්ථ මාසික ජල බිල්පත් සඳහා 15%ක අගය මත එකතු කිරීමේ බද්දක් (VAT) අය කෙරේ. ප්‍රතාපා විසින් තම නිවසේ ජල බිල්පත වශයෙන් ගෙවන ලද මුළු මුදල රු 1 725ක් නම්, අගය මත බදු මුදල එකතු කිරීමට පෙර ජල බිල්පතේ අගය කොපමණ ද?

14.2 පොලිය

පුද්ගලයෙකුගෙන් හෝ යම් ආයතනයකින් ලබා ගත් ණය මුදලක් සඳහා කිසියම් කාලයකට පසු ගෙවීමට සිදු වන වැඩිපුර මුදල පොලිය ලෙස හැඳින්වේ. එමෙන් ම බැංකු හෝ වෙනත් මූල්‍ය ආයතනයක තැන්පත් කළ මුදල සඳහා ද කිසියම් කාලයකට පසු ලැබෙන වැඩිපුර මුදල ද පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.
සාමාන්‍යයෙන් වර්ෂයකට ගෙවිය යුතු පොලිය තීරණය කරනු ලබන්නේ ණය මුදලෙහි (හෝ තැන්පත් කරන මුදලෙහි) ප්‍රතිශතයක් ලෙස ය. මෙම ප්‍රතිශතය වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය ලෙස හැඳින්වේ. පොලී අනුපාතිකය මාසික ව, අර්ධ වාර්ෂික ව ආදි ලෙස ද ගණනය කළ හැකි ය.

සුළු පොලිය

යම් කාලයක් සඳහා පොලිය ගණනය කිරීමේ දී ඊට පාදක වූ මුල් මුදල පමණක් සලකනු ලබයි නම්, එසේ ගණනය කෙරෙන පොලිය, සුළු පොලිය ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

10%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 5 000ක මුදලක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකුට එම ණයෙන් නිදහස් වීම සඳහා වසර දෙකක් ගත විය. ඔහු ගෙවූ මුළු පොලිය කොපමණ ද?

වසරකට ගෙවූ සුළු පොලිය $= \text{රු } 5\ 000 \times \frac{10}{100}$
$= \text{රු } 500$

වසර 2ට ගෙවූ සුළු පොලිය $= \text{රු } 500 \times 2$
$= \underline{\underline{\text{රු } 1\ 000}}$

නිදසුන 2

2%ක මාසික සුළු පොලියට රු 8 000ක් ණයට ගත් සෙනාල් මාස 3කට පසු ණයෙන් නිදහස් වීම සඳහා ගෙවිය යුතු මුළු මුදල සොයන්න.

මසකට ගෙවිය යුතු පොලිය $= \text{රු } 8\ 000 \times \frac{2}{100}$
$= \text{රු } 160$

මාස 3ට ගෙවිය යුතු පොලිය $= \text{රු } 160 \times 3$
$= \text{රු } 480$

මුළු මුදල = ණය මුදල + පොලිය නිසා

මාස 3ට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල $= \text{රු } 8\ 000 + 480$
$= \underline{\underline{\text{රු } 8\ 480}}$

නිදසුන 3

12%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 10 000ක් ණයට දුන් පුද්ගලයෙකුට පොලිය ලෙස රු 3 600ක මුදලක් ලැබෙනුයේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

වසරකට ලැබෙන සුළු පොලිය $= \text{රු } 10\ 000 \times \frac{12}{100}$
$= \text{රු } 1\ 200$

පොලිය ලෙස රු 3 600ක් ලැබෙන වසර ගණන $= \frac{3\ 600}{1\ 200}$

$= \underline{\underline{\text{අවු. } 3}}$

නිදසුන 4

සුළු පොලියට ණයට ගත් රු 7 500ක් සඳහා අවුරුදු 2කට පසු ගෙවීමට සිදු වූ පොලිය රු 1 200ක් වූයේ නම්, අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

අවුරුදු 2ට පොලිය = රු 1 200
අවුරුදු 1ට පොලිය = රු 1 200 ÷ 2
= රු 600

වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය = $\frac{600}{7\ 500} \times 100\%$

= $\underline{\underline{8\%}}$

නිදසුන 5

වාර්ෂික ව 7.5%ක සුළු පොලියක් ගෙවීමේ පොරොන්දුව පිට රු 25 000ක් ණයට ගත් පුද්ගලයකුට මුළු මුදල ලෙස රු 28 750ක් ගෙවීමට සිදු වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

අවුරුදු 1ට පොලිය = $25\ 000 \times \frac{7.5}{100}$

= රු 1 875
ලබාගත් මුළු ණය මුදල = රු 25 000
ගෙවූ මුළු මුදල = රු 28 750
ගෙවා ඇති මුළු පොලිය = රු 28 750 − 25 000
= රු 3 750

පොලිය ගෙවා ඇති වසර ගණන = $\frac{3\ 750}{1\ 875}$

= <u>අවු. 2</u>

නිදසුන 6

1.5%ක මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ණයට ගත් මුදලක් සඳහා මාස 4කට පසු ගෙවීමට සිදු වූ මුළු මුදල රු 5 300ක් වූයේ නම් ණයට ගත් මුදල සොයන්න.
1.5%ක මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යන්නෙහි අදහස "මසකට රු 100කට රු 1.50ක පොලියක් ගෙවිය යුතු ය" යන්නයි. එනම්,

රු 100කට මාස 1කට ගෙවන පොලිය = රු 1.50
∴ රු 100කට මාස 4කට ගෙවන පොලිය = රු 1.50 × 4 = රු 6
∴ රු 100 කට මාස 4කට ගෙවන මුළු මුදල = රු 100 + 6 = රු 106
∴ මාස 4කට පසු මුළු මුදල ලෙස රු 106ක් ගෙවන මුල් මුදල = රු 100
∴ මාස 4කට පසු මුළු මුදල ලෙස රු 5300ක් ගෙවන මුල් මුදල = $\frac{100}{106} \times 5300$

= <u>රු 5000</u>

14.2 අභ්‍යාසය

1. වර්ෂයකට 12%ක සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 5 000ක ණය මුදලක් සඳහා වසර 3කදී ලැබෙන සුළු පොලිය කොපමණ ද?

2. 1.5%ක මාසික පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 50 000ක මුදලක් බැංකුවක තැන්පත් කළ පුද්ගලයෙකු සෑම මාසයකම ලැබෙන පොලිය මාසය අවසානයේ ගනී නම්, මාස 6ක් තුළ ඔහුට ලැබුණ පොලී මුදල කීය ද?

3. මසකට 3% බැගින් රු 2 500ක් සඳහා අවු. 1 මාස 5ක දී ගෙවිය යුතු සුළු පොලිය සොයන්න.

4. රු 500ක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකු වසරකට පසු රු 560ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වූයේ නම් ණය සඳහා අය කර ඇති වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

5. වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 6 000ක් ණයට දුන් පුද්ගලයෙකුට වසර 4ට පසු පොලිය වශයෙන් රු 3 600ක් ලැබුණි නම්, අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය කොපමණ ද?

6. රු 600ක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකු අවුරුදු 1යි මාස 3කට පසු පොලිය වශයෙන් රු 135ක් ගෙවූයේ නම්, අය කර ඇති මාසික පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

7. රු 8 000ක් ණයට දුන් පුද්ගලයෙකුට වසර 2ක් අවසානයේ ලැබෙන මුළු මුදල රු 9 680ක් නම්, අය කර ඇති වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය සොයන්න.

8. වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකය 8% බැගින් රු 6 000කට ලැබෙන වාර්ෂික පොළියම ලැබීමට රු 5 000ක් ණයට දිය යුත්තේ කුමන වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ද?

9. 12%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 1 500ක් ණයට ගත් පුද්ගලයෙකුට පොළිය වශයෙන් රු 540ක් ගෙවීමට සිදු වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

10. මසකට 3%ක සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 2 000ක ණය මුදලක් සඳහා රු 420ක පොලියක් ලැබෙනුයේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

11. රු 6 000ක් 18% වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ණයට ගන්නා පුද්ගලයෙකු රු 9 240ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

12. 10%ක වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ රු 2 500ක ණය මුදලක් ලබා ගත් පුද්ගලයෙකුට මුළු මුදල ලෙස රු 5 000ක් ගෙවීමට සිදු වන්නේ කොපමණ කාලයකට පසු ව ද?

13. 5% බැගින් මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ ගෙවීමේ පොරොන්දුව පිට මිනිසෙක් රු 5 000ක් ණයට ගත්තේය. මාස 6කට පසු ණයෙන් නිදහස් වීමට ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

14. වාර්ෂික ව 15% සුළු පොලියට ණයට ගත් රු 8 000 සඳහා වසර 3කට පසු ගෙවිය යුතු මුළු මුදල කොපමණ ද?

15. 3%ක මාසික සුළු පොලී අනුපාතිකයකට ලබා ගත් ණය මුදලක් සඳහා මාස 8කට පසු ගෙවීමට සිදු වූ මුළු මුදල රු 3 100ක් නම්, ණයට ගත් මුදල ගණනය කරන්න.

16. වසර 2ක් අවසානයේ රු 5 000ක් ගෙවා ණයෙන් නිදහස් වීමේ පොරොන්දුව පිට මිනිසෙක් සුළු පොලියට යම් ණය මුදලක් ලබා ගන්නා ලදී. නමුත් මෙම ගණුදෙනුව වසර 5 දක්වා දීර්ඝවීම නිසා ණයෙන් නිදහස් වීමට රු 6 500ක් ගෙවීමට සිදු විය.

(i) වසරක් සඳහා ඔහු ගෙවූ පොලිය ගණනය කරන්න.

(ii) ඔහු විසින් ණයට ලබාගත් මුදල කොපමණ ද?

(iii) ණය මුදල සඳහා අය කළ වාර්ෂික පොලී අනුපාතිකය කොපමණ ද?

17. පුද්ගලයෙකු R වූ වාර්ෂික සුළු පොලී අනුපාතිකයක් යටතේ P නම් ණය මුදලක් අවුරුදු T කාලයක් සඳහා ණයට ගෙන ඇත.

(i) මසක දී ඔහු ගෙවිය යුතු පොලිය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

(ii) අවුරුදු T කාලයකට පසු ගෙවිය යුතු මුළු පොලිය වූ I සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

(iii) $P = 4000$ ද, $R = 8\%$ ද, $T = 5$ ද නම් ඉහත (ii) හි ප්‍රකාශනය භාවිතයෙන් I ගණනය කරන්න.

15 සමීකරණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- වීජීය භාග සහිත ඒකජ සමීකරණ ගොඩ නැගීමට හා විසඳීමට
- සමගාමී සමීකරණ ගොඩ නැගීමට හා විසඳීමට
- වර්ගජ සමීකරණ සාධක භාවිතයෙන් විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සරල සමීකරණ විසඳීම

සරල සමීකරණ විසඳීම සම්බන්ධව ඔබ මීට ඉහත ලබාගත් දැනුම පුනරීක්ෂණය සඳහා පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න.

a. $2x+8 = x+12$ **b.** $2(x-3) = 4$ **c.** $5x-8 = 2(3-x)$

d. $2(y+3) = 3(y-1)$ **e.** $4-5(3-p) = 2(p-1)$ **f.** $\frac{x}{2}+1 = 3$

g. $5-\frac{x}{4} = 1$ **h.** $3-\frac{2x}{5} = 1$ **i.** $\frac{x}{3}+\frac{x}{4} = 7$

j. $\frac{5x-2}{4} = 2$ **k.** $\frac{(a-3)}{2}+1 = 4$ **l.** $\frac{(x+1)}{2}+\frac{(x-3)}{4} = \frac{1}{2}$

15.1 සරල සමීකරණ විසඳීම තවදුරටත්

සමීකරණයක් ගොඩ නගා විසඳන අයුරු තවදුරටත් සළකා බලමු. ඉහත අභ්‍යාසයෙහි ඇති සමහර සමීකරණවල භාග පද ද ඇතුළත් විය. අඥාත පදය (x, y, p, a ආදිය) සෑම විටම එම භාගවල ලවයේ තිබූ බව ඔබ නිරීක්ෂණය කළා ද? දැන් අප සූදානම් වන්නේ අඥාත පදය භාගවල හරයේ ඇති විට සමීකරණ විසඳන අයුරු සලකා බැලීමටයි. ඒ සඳහා, මුලින්ම එවැනි සමීකරණයක් ගොඩනගා එය විසඳමු.

දෙළහ යම් සංඛ්‍යා දෙකකින් බෙදනු ලබන අතර එම බෙදන සංඛ්‍යාවලින් එක් සංඛ්‍යාවක් අනෙක් සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයක් වේ. එසේ බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුරු අතර වෙනස 2 වේ. එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.

මෙය තැත්වරද ක්‍රමයෙන් විසඳන ආකාරය බලමු.

(1) අවස්ථාව: සංඛ්‍යා දෙක, 2 හා 4 විය හැකි ද?

$\frac{12}{2}=6$, $\frac{12}{4}=3$; එවිට, වෙනස $= 6-3=3$ වේ. මෙය නොගැළපේ.

(2) අවස්ථාව: සංඛ්‍යා දෙක, 6 හා 12 විය හැකි ද?

$\frac{12}{6}=2$, $\frac{12}{12}=1$; එවිට, වෙනස $= 2-1=1$ වේ. මෙය නොගැළපේ.

(3) අවස්ථාව: සංඛ්‍යා දෙක, 3 හා 6 විය හැකි ද?

$\frac{12}{3}=4$, $\frac{12}{6}=2$; එවිට, වෙනස $= 4-2=2$ වේ. මෙය ගැළපේ.

ඉහත ආකාරයට තැත් වරද ක්‍රමයෙන් මෙය විසඳිය හැකි ය. කෙසේ නමුත්, තැත් වරද ක්‍රමයෙන් සෑම ගැටලුවක් ම විසඳිය හැකි ද? සමහර ගැටලු එමගින් විසඳීම ඉතා දීර්ඝ වේ. තවත් සමහර ගැටළු එමගින් කෙසේවත් විසඳිය නොහැකි ය. ඉහත ආකාරයේ ගැටලු විසඳීම සඳහා වඩාත් සුදුසු ක්‍රමයක් ලෙස වීජ ගණිතයේ එන සමීකරණ විසඳීම දැක්විය හැකි ය. දැන් අප සමීකරණයක් ගොඩනැගීමෙන් මෙය විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

12 බෙදන ලද්දේ x නම් සංඛ්‍යාවකින් යැයි සිතමු. එවිට, දී ඇති දත්ත අනුව අනෙක් සංඛ්‍යාව $2 \times x = 2x$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

එවිට, 12 , x ගෙන් බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුර $\frac{12}{x}$ වන අතර

12 , x හි දෙගුණය වන $2x$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන පිළිතුර $\frac{12}{2x}$ වේ.

එම පිළිතුරු දෙක අතර වෙනස 2 බැවින්,

$$\frac{12}{x}-\frac{12}{2x}=2$$ වේ.

මෙම සමීකරණය විසඳීමෙන් ලැබෙන x වල අගය වන්නේ අපට අවශ්‍ය කරන සංඛ්‍යාවයි. දැන් මෙම සමීකරණය විසඳමු.

මෙම සමීකරණයේ භාගවල හරයේ වීජීය පද ඇත.

මුල් භාගයේ හරයේ ඇත්තේ x ය. දෙවන භාගයේ හරයේ $2x$ ඇත. මෙම භාග දෙකේම හර සමාන කර ගනිමු. ඒ සඳහා පහසුම ක්‍රමය නම් $\frac{12}{x}$ වෙනුවට ඊට තුල්‍ය භාගයක් වන $\frac{12\times 2}{x\times 2}$ එනම් $\frac{24}{2x}$ ලිවීමයි.

දැන් මෙම සමීකරණය විසඳා x හි අගය සොයමු.

$$\frac{24}{2x} - \frac{12}{2x} = 2$$

$$\therefore \frac{12}{2x} = 2$$

දෙපසම $2x$ වලින් ගුණ කිරීමෙන්

$$\frac{12}{2x} \times 2x = 2 \times 2x$$

එනම් $12 = 4x$

අවසාන වශයෙන්, දෙපසම 4න් බෙදමු.

$$\frac{12}{4} = \frac{4x}{4}$$

$\therefore 3 = x$, එනම් $x = 3$

මේ අනුව, 12 බෙදන සංඛ්‍යා දෙක 3 හා $3 \times 2 = 6$ ලෙස ලැබේ.

සටහන: ඉහත $\frac{12}{2x} = 2$ සමීකරණය, "හරස් ගුණිතය" භාවිතයෙන් $12 = 4x$ ලෙස ලිවීමෙන් ද විසඳිය හැකි ය.

නිදසුන 1

අඹ ගෙඩි 60ක් යහළුවන් කිහිපදෙනෙකු සමානව බෙදා ගන්නා ලදි. ඉන් එක් අයකු වන අමල් තමන්ට ලැබුණු අඹවලින් ගෙඩි 3ක් විකිණූ පසු ඔහු ළඟ ඉතිරි වූයේ ගෙඩි 2ක් පමණි. අඹ ගෙඩි 60 බෙදා ගත් යහළුවන් ගණන කීය ද?

ඇත්ත වශයෙන් ම මෙම ගැටලුව මනෝමයෙන් ඉතා පහසුවෙන් විසඳිය හැකි ය. නමුත්, සමීකරණ ගොඩනැගීම හා විසඳීම නිදර්ශනය කිරීම සඳහා, මෙම ගැටලුව මෙසේ විසඳමු.

යහළුවන් ගණන x යැයි සිතමු.

එවිට එක් අයකුට ලැබුණු අඹ ගෙඩි ගණන $= \frac{60}{x}$

අමල් විකිණූ අඹ ගෙඩි ගණන $= 3$

එවිට ඔහු ළඟ ඉතිරි අඹ ගෙඩි ගණන $= \frac{60}{x} - 3$

තව ද, ඔහු ළඟ ඉතිරි අඹ ගෙඩි ගණන 2ක් බැවින්,

$\frac{60}{x} - 3 = 2$ වේ.

දැන් මෙම සමීකරණය විසඳමු.
සමීකරණය දෙපසටම 3ක් බැගින් එකතු කරමු.

$$\frac{60}{x} - 3 + 3 = 2 + 3$$

$$\therefore \frac{60}{x} = 5$$

$$\therefore 5x = 60$$

$$\therefore x = 12$$

∴ යහළුවන් ගණන 12 වේ.
පහත දී ඇති සමීකරණ විසඳා ඇති අයුරු නිරීක්ෂණය කරන්න.

නිදසුන 2

$$\frac{3}{a} + \frac{2}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{1}{2} \quad \text{(හරස් ගුණිතයෙන්)}$$

$$a = \underline{\underline{10}}$$

නිදසුන 3

$$\frac{3}{(x+2)} = \frac{1}{2}$$

$$1 \times (x+2) = 2 \times 3 \quad \text{(හරස් ගුණිතයෙන්)}$$

$$x + 2 = 6$$

$$x = \underline{\underline{4}}$$

නිදසුන 4

$$\frac{2}{(x+5)} = \frac{3}{2(x-3)}$$

$$4(x-3) = 3(x+5)$$

$$4x - 12 = 3x + 15$$

$$4x - 3x = 15 + 12$$

$$x = \underline{\underline{27}}$$

නිදසුන 5

$$\frac{2}{(x-1)} - \frac{1}{2(x-1)} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4-1}{2(x-1)} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{2(x-1)} = \frac{3}{4}$$

$$3 \times 2(x-1) = 3 \times 4$$

$$\cancel{3}^{1} \times \cancel{2}^{1}(x-1) = \cancel{3}^{1} \times \cancel{4}^{2}$$

$$x - 1 = 2$$

$$\underline{x = 3}$$

15.1 අභ්‍යාසය

1. පියෙකු හා ඔහුගේ දරුවන් රු 270ක මුදලක් සමසේ බෙදා ගනී. එවිට එක් අයකු ළඟ ඇති මුදල වන්නේ රු 45කි. දරුවන් ගණන x ලෙස ගෙන සමීකරණයක් ගොඩනගන්න. එම සමීකරණය විසඳා දරුවන් ගණන සොයන්න.

2. $\frac{3}{5}$ යන භාගයේ ලවයටත්, හරයටත් එකම සංඛ්‍යාවක් එකතු කිරීමෙන් ලැබෙන භාගය $\frac{9}{10}$ වේ. එකතු කළ සංඛ්‍යාව කීය ද?

3. පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න.

a. $\frac{5}{m}+\frac{2}{m}=\frac{1}{2}$ b. $\frac{3}{5x}+\frac{1}{x}=2$ c. $\frac{5}{6x}-\frac{2}{3x}=\frac{1}{6}$

d. $\frac{4}{5x}-\frac{1}{3x}=\frac{7}{30}$ e. $\frac{21}{4m+1}=3$ f. $\frac{3}{x+2}=\frac{3}{7}$

g. $\frac{10}{a-3}=\frac{5}{8}$ h. $\frac{4}{x+1}=\frac{3}{x-2}$ i. $\frac{2}{x-3}=\frac{3}{x+8}$

j. $\frac{1}{a+1}+\frac{3}{a+1}=\frac{2}{3}$ k. $\frac{5}{x-2}+\frac{3}{x-2}=2$ l. $\frac{5}{2(p+1)}+\frac{1}{p+1}=\frac{7}{8}$

m. $\frac{3}{x+2}-\frac{1}{3(x+2)}=\frac{8}{15}$ n. $\frac{1}{2x-3}+\frac{4}{x+3}=0$ o. $\frac{15}{2(p+1)}-\frac{3}{p+1}=2$

p. $\frac{1}{a-1}+\frac{3}{4}=\frac{4}{a-1}$ q. $\frac{2x}{x+1}+\frac{2}{3}=2$ r. $\frac{x+1}{x+3}=\frac{4}{5}$

15.2 සමගාමී සමීකරණ

පහත දී ඇති සමගාමී සමීකරණ යුගලය සලකන්න.

$$2x + y = 5$$
$$2x + 3y = 8$$

මෙම සමීකරණ දෙකෙහිම x හි සංගුණකය 2 වේ. එනම් ඒවා සමාන වේ. මෙවැනි අවස්ථාවක (එනම් එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන විට) සමීකරණ විසඳන ආකාරය අපි මීට ඉහත දී දැක ඇත්තෙමු. සමීකරණ දෙකෙහි එක් එක් අඥාතයේ සංගුණක අසමාන විට සමගාමී සමීකරණ විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

සජිති හා සංජන ළඟ යම් මුදල් ප්‍රමාණයක් ඇත. සජිති ළඟ ඇති මුදල් ප්‍රමාණයට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණයක් එකතු කළ විට රු 110ක් ලැබේ. සජිති ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණයට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ තුන්ගුණය එකතු කළ විට රු 190ක් ලැබේ. දෙදෙනා ළඟ ඇති මුදල් ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

මෙම ගැටලුව විසඳීම සඳහා සමගාමී සමීකරණ යොදා ගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.
සජිති ළඟ ඇති මුදල රු x ද සංජන ළඟ ඇති මුදල රු y ද ලෙස ගනිමු.
එවිට, සජිති ළඟ ඇති මුදලට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණය එකතු කළ විට රු $x + 2y$ ලැබේ.

එය රු 110ට සමාන බැවින් $x + 2y = 110$ ——— (1)

ලෙස එක් සමීකරණයක් ලැබේ.

එලෙසම, සජිති ළඟ ඇති මුදලේ දෙගුණයට සංජන ළඟ ඇති මුදලේ තුන් ගුණය එකතු කළ විට රුපියල් 190 නිසා

$$2x + 3y = 190 \text{ ——— } (2)$$

මෙම සමීකරණ දෙකෙහි x පදවල සංගුණක හෝ y පදවල සංගුණක සමාන නොවේ. එම නිසා පළමුව එක් අඥාතයක සංගුණක සමාන කළ යුතුය. පළමු සමීකරණයේත් xහි සංගුණකය 2 කර ගැනීම සඳහා එම සමීකරණය 2න් ගුණ කරමු.

$$\therefore \; 2x + 4y = 220 \text{ ——— } (3)$$

දැන් (2) හා (3) සමීකරණ දෙකෙහිම x හි සංගුණකය සමාන වී ඇත. (3) න් දැක්වෙන්නේ (1) සමීකරණයම බව සැලකිල්ලට ගෙන (2) හා (3) සමීකරණ විසඳමු.

(3) හා (2)න්, $2x + 4y - (2x + 3y) = 220 - 190$

$$2x + 4y - 2x - 3y = 30$$

$$y = 30$$

y හි අගය (1) සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$x + 2y = 110$$

$$x + 2 \times 30 = 110$$

$$x + 60 = 110$$

$$x = 110 - 60$$

$$x = 50$$

$\therefore$ සජිති ළඟ තිබුණු මුදල = රු 50

සංජන ළඟ තිබුණු මුදල = රු 30

නිදසුන 2

විසඳන්න:

$$2m + 3n = 13$$

$$3m + 5n = 21$$

$$2m + 3n = 13 \text{ ——— } (1)$$

$$3m + 5n = 21 \text{ ——— } (2)$$ ලෙස ගනිමු.

(1) × 3න් $\quad 6m + 9n = 39$ ——— (3)

(2) × 2න් $\quad 6m + 10n = 42$ ——— (4)

(4) හා (3) න් $\quad 6m + 10n - (6m + 9n) = 42 - 39$

$$6m + 10n - 6m - 9n = 3$$

$$n = 3$$

$n = 3$, (1) සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$2m + 3n = 13$$

$$2m + 3\times3 = 13$$
$$2m = 13 - 9$$
$$2m = 4$$
$$m = 2$$

එනම් $n = 2$ හා $m = 2$ වේ.

නිදසුන 3

දොඩම් ගෙඩි දෙකක මිල සහ තැඹිලි ගෙඩියක මිල රු 80ක් වෙයි. දොඩම් ගෙඩි දෙකක් සඳහා වැය වන මුදලින් තැඹිලි ගෙඩි තුනක් මිල දී ගත හැකි ය. දොඩම් ගෙඩියක හා තැඹිලි ගෙඩියක මිල වෙන වෙනම සොයමු.

ඉහත තොරතුරු ඇසුරින් සමීකරණ දෙකක් ගොඩනගමු.
දොඩම් ගෙඩියක මිල රු x ද තැඹිලි ගෙඩියක මිල රු y ද ලෙස ගනිමු.
එවිට, දොඩම් ගෙඩි දෙකක මිල සහ තැඹිලි ගෙඩියක මිල $2x + y$ වේ.

එය, රු 80ක් බැවින්, $2x + y = 80$
දෙඩම් ගෙඩි දෙකක මිල තැඹිලි ගෙඩි තුනක මිලට සමාන බැවින්,
$2x = 3y$ වේ.

දැන්, $2x + y = 80$ ——— ① ලෙස ද,
$2x = 3y$ ——— ② ලෙස ද ගනිමු.

② සමීකරණය,
$2x - 3y = 0$ ——— ③

ලෙස ලියා ඉහත නිදසුන 1හි පරිදි ම ① හා ③ විසඳිය හැකි ය. එය ආදේශය මගින් ද මෙසේ විසඳිය හැකි ය.
① සමීකරණයෙහි $2x$ වෙනුවට $3y$ ආදේශයෙන්,

$$3y + y = 80$$
$$4y = 80$$
$$y = 20$$

y හි අගය ① සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$$2x + 20 = 80$$
$$2x = 60$$
$$x = 30$$

එම නිසා දොඩම් ගෙඩියක මිල රු 30 ද
තැඹිලි ගෙඩියක මිල රු 20 ද වේ.

නිදසුන 4

විසඳන්න: $x = 3y$

$2x + 3y = 18$

$x = 3y$ ——— ①

$2x + 3y = 18$ ——— ② ලෙස ගනිමු.

මෙම සමීකරණ යුගලය ආදේශය භාවිතයෙන් විසඳමු.

① සමීකරණයේ x හි අගය ② සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$2 \times (3y) + 3y = 18$

$6y + 3y = 18$

$9y = 18$

$y = 2$

$y = 2$, ① සමීකරණයෙහි ආදේශයෙන්,

$x = 3y$

$x = 3 \times 2$

$x = 6$

එනම්, $x = 6$ සහ $y = 2$ වේ.

15.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $x + 2y = 10$
$2x - 5y = 2$

(ii) $x = 3y$
$x + 3y = 12$

(iii) $2m + n = 5$
$m + 2n = 4$

(iv) $3x + y = 14$
$2x + 3y = 21$

(v) $2x + 5y = 9$
$3x + 2y = 8$

(vi) $4m - 3n = 7$
$7m - 2n = 22$

(vii) $8x - 3y = 1$
$3x + 2y = 16$

(viii) $6x + 5y = 5$
$9x - 4y = 19$

(ix) $3x + 4y = 9$
$2x - 5y + 17 = 0$

(x) $3x - 4y = 8(2 - y) + 1$
$2(2x + 3y) = 26 - y$

2. ළමා කමිස දෙකකත් ළමා කලිසම් තුනකත් මිල රු 1150 කි. ළමා කමිස තුනකත් ළමා කලිසම් එකකත් මිල රු 850 කි. ළමා කමිසයක මිල රු x ද ළමා කලිසමක මිල රු y ද ලෙස ගෙන සමගාමී සමීකරණ දෙකක් ගොඩ නගා එම සමීකරණ දෙක විසඳා ළමා කමිසයක මිලත් ළමා කලිසමක මිලත් සොයන්න.

3. දිනිතිගේ පියා ඇයට මෙසේ කියයි. "දැන් මගේ වයස ඔබේ වයස මෙන් හතර ගුණයකි. වසර 8කට පෙර, මම ඔබ මෙන් දොළොස් ගුණයක් වයස් වීමි." සමගාමී සමීකරණ ඇසුරෙන් දිනිතිගේ හා පියාගේ වයස වෙන වෙනම සොයන්න.

15.3 වර්ගජ සමීකරණ

$ax^2 + bx + c = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක් වර්ගජ සමීකරණයක් වේ. මෙහි $a \neq 0$ වේ. නමුත් b හෝ c ශූන්‍ය විය හැකි ය. පහත සමීකරණ නිරීක්ෂණය කරමු.

(i) $x^2 + 5x + 6 = 0$
(ii) $2x^2 - 5x = 0$
(iii) $x^2 - 9 = 0$

ඉහත සමීකරණ තුනෙහිම $a \neq 0$ වේ. නමුත් දෙවන සමීකරණයේ $c = 0$ ද, තුන්වන සමීකරණයේ $b = 0$ ද වේ. මෙම සමීකරණ තුනම වර්ගජ සමීකරණ වේ.

වර්ගජ සමීකරණ විසඳීමට ප්‍රථම පහත සඳහන් කරුණු සලකා බලමු.

- ඕනෑම සංඛ්‍යාවක් ශූන්‍යයෙන් ගුණ කළ විට ශූන්‍ය ලැබේ.
- සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතය ශූන්‍ය නම් ඉන් එක් සංඛ්‍යාවක් වත් ශූන්‍ය වේ.

මේ අනුව, $(x - 1)(x - 3)$ ප්‍රකාශනය ශූන්‍ය වන්නේ කවර අවස්ථාවල ද යන්න විමසා බලමු.
එවිට, $(x - 1)(x - 3)$ ප්‍රකාශනය ශූන්‍ය වන්නේ $x - 1 = 0$ හෝ $x - 3 = 0$ විට පමණක් ය. එනම්, $x = 1$ හෝ $x = 3$ හෝ වූ විට පමණක්ය.

මේ අනුව, $(x - 1)(x - 3) = 0$ සමීකරණය සලකමු. $x = 1$ හෝ $x = 3$ මෙම සමීකරණය සපුරාලයි. එවිට 1 හා 3 යනු $(x - 1)(x - 3) = 0$ සමීකරණයේ මූල යැයි කියනු ලැබේ.
දැන්, $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණය සලකා බලමු.

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ බැවින්, $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණය
$(x + 3)(x + 2) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

එබැවින්, $x + 3 = 0$ හෝ $x + 2 = 0$ වේ.

එවිට, $x = -3$ හෝ $x = -2$ ලැබේ. තවද මෙම අගයන් $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පහත පරිදි සත්‍යාපනය කළ හැකි ය.

$x = -3$ විට, $x^2 + 5x + 6 = (-3)^2 + 5(-3) + 6$
$= 9 + (-15) + 6$
$= 0$

$x = -2$ විට, $x^2 + 5x + 6 = (-2)^2 + 5(-2) + 6$
$= 4 + (-10) + 6$
$= 0$

මේ අනුව $x^2 + 5x + 6 = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම් $x = -3$ හා $x = -2$ වේ. වෙනත් අයුරකින් කිවහොත් මෙම සමීකරණයේ මූල -2 හා -3 ය.

නිදසුන 1

විසඳන්න: $x^2 + 2x = 0$

$$x^2 + 2x = 0$$
$$x(x + 2) = 0$$
$x = 0$ හෝ $x + 2 = 0$

$x = 0$ හෝ $x = -2$

ඒ අනුව $x = 0$ හා $x = -2$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

නිදසුන 2

විසඳන්න: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$(x - 1)(x - 2) = 0$$
$x - 1 = 0$ හෝ $x - 2 = 0$

$x = 1$ හෝ $x = 2$ වේ.

ඒ අනුව $x = 1$ හා $x = 2$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

නිදසුන 3

විසඳන්න: $x^2 - 4x - 21 = 0$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$
$$(x - 7)(x + 3) = 0$$
$x - 7 = 0$ හෝ $x + 3 = 0$

$x = 7$ හෝ $x = -3$

ඒ අනුව $x = 7$ හා $x = -3$ මෙම සමීකරණයේ විසඳුම් වේ.

සටහන: වර්ගජ ප්‍රකාශනයක වෙනස් සාධක දෙකක් ඇති විට සමීකරණයට වෙනස් මූල 2ක් ලැබේ.

15.3 අභ්‍යාසය

පහත දී ඇති වර්ගජ සමීකරණ විසඳන්න.

1. $(x - 2)(x - 3) = 0$
2. $(x + 2)(x - 5) = 0$
3. $(x - 4)(x - 4) = 0$
4. $(x - 1)(2x - 1) = 0$
5. $x(x + 3) = 0$
6. $y(2y - 3) = 0$
7. $x^2 - 16 = 0$
8. $4x^2 - 1 = 0$
9. $9x^2 - 27x = 0$
10. $x^2 + 15x + 36 = 0$
11. $2x^2 - 5x + 2 = 0$
12. $2x^2 - 5x = 0$
13. $2x^2 = 6x$
14. $x^2 = 25$
15. $(x + 3)^2 = 16$
16. $x^2 = 9x + 36$
17. $(2x - 3)^2 = 0$
18. $2x^2 - 5x = 7$
19. $(x - 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$
20. $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{3x+2}{x}$

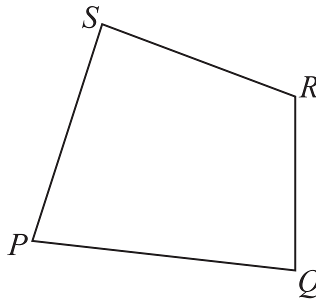
16 සමාන්තරාස්‍ර I

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ භාවිත කර ගැටලු විසඳීමට හා අනුමේයන් සාධනය කිරීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

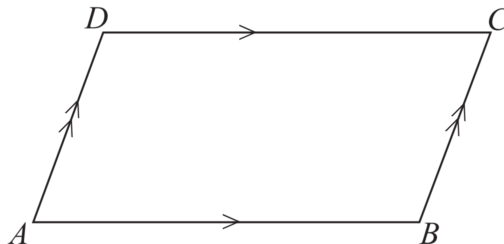
සමාන්තරාස්‍ර

සරල රේඛා ඛණ්ඩ හතරකින් වටවූ සංවෘත තල රූපය චතුරස්‍රයකි. චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සහ සම්මුඛ කෝණ පිළිබඳ ව විමසා බලමු.



PQRS චතුරස්‍රයේ,
PQ සහ *SR* එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක් වන අතර අනෙක් සම්මුඛ පාද යුගලය *PS* හා *QR* වේ. $S\hat{P}Q$ හා $S\hat{R}Q$ එක් සම්මුඛ කෝණ යුගලයක් වන අතර අනෙක් සම්මුඛ කෝණ යුගලය $P\hat{Q}R$ හා $P\hat{S}R$ ද වේ.

සම්මුඛ පාද යුගල දෙකම සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයක් **සමාන්තරාස්‍රයක්** ලෙස හැඳින්වේ.



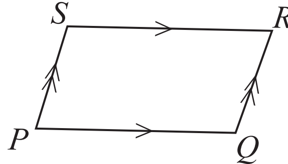
ඉහත දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රයෙහි *AB* හා *DC* පාද සමාන්තර බව දැක්වීමට ඊ හිස බැගිනුත් *BC* හා *AD* පාද සමාන්තර බව දැක්වීමට ඊ හිස් දෙක බැගිනුත් යොදා ඇත.

16.1 සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ

මුලින්ම සමාන්තරාස්‍රවල ලක්ෂණ හඳුනාගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකම්වල යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම 1

විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් අඳින්න. එය රූපයේ පරිදි $PQRS$ ලෙස නම් කරන්න.



1. ඔබ ඇඳි $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ,
   - PQ, QR, SR සහ PS පාදවල දිග මනින්න.
   - සම්මුඛ පාද යුගල වන PQ හා SR හි දිග පිළිබඳවත් PS හා QR හි දිග පිළිබඳවත් ඔබට කිවහැක්කේ කුමක් ද?

   $PQ = SR$ බවත් $PS = QR$ බවත් ඔබට පෙනෙනු ඇත.
2. ඉහත ඔබ ඇඳින ලද සමාන්තරාස්‍රයේ,
   - $P\hat{Q}R$, $Q\hat{P}S$, $P\hat{S}R$ සහ $Q\hat{R}S$ කෝණ මනින්න.
   - සම්මුඛ කෝණ වන, $Q\hat{P}S$ හා $Q\hat{R}S$ හි විශාලත්ව පිළිබඳවත් $P\hat{S}R$ හා $P\hat{Q}R$ හි විශාලත්ව පිළිබඳවත් ඔබට කිව හැක්කේ කුමක්ද?

   $Q\hat{P}S = Q\hat{R}S$ බවත් $P\hat{S}R = P\hat{Q}R$ බවත් ඔබට පෙනෙනු ඇත.
3. දැන් $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රය,
   - ටිෂූ කඩදාසියක පිටපත් කරගෙන එහි පිටපත් දෙකක් ඇඳ කපා ගන්න.
   - එක් සමාන්තරාස්‍රයක PR විකර්ණය අඳින්න.
   - දැන් විකර්ණය ඔස්සේ කපා ලැබෙන ත්‍රිකෝණ එකමත එක සම්පාත වේ දැයි බලන්න.

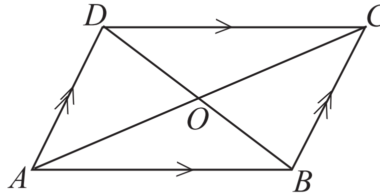
එම ත්‍රිකෝණ සම්පාත වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. එනම් මෙම ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි වර්ගඵල ද සමාන වේ. එලෙසම අනෙක් විකර්ණය ඔස්සේ ද කැපූ විට ලැබෙන ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි වර්ගඵල සමාන වන බව නිරීක්ෂණය කිරීම සඳහා ඔබ කපා ගත් අනෙක් පිටපත යොදා ගන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමට අනුව,

සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන බවත්, සම්මුඛ කෝණ සමාන බවත් සමාන්තරාස්‍රයේ එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බවත් පැහැදිලි වේ.

ක්‍රියාකාරකම 2

ක්‍රියාකාරකම 1හි මෙන් විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් සමාන්තරාස්‍රයක් අඳින්න. එය රූපයේ පරිදි $ABCD$ ලෙස නම් කරන්න.



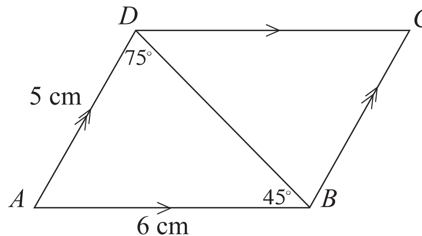
- දැන් AC සහ BD විකර්ණ අඳින්න. ඒවා ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
- AO, OC, OB සහ OD දිග මනින්න.
- AO සහ OC දිග පිළිබඳව ඔබට කිවහැක්කේ කුමක් ද?
- OB සහ OD දිග පිළිබඳව ඔබට කිවහැක්කේ කුමක් ද?
- $AO = OC$ බවත් $OB = OD$ බවත් ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

මේ අනුව, සමාන්තරාස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වන බව පැහැදිලි වේ.

දැන්, සමාන්තරාස්‍රයක දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ අනෙකුත් අංග සොයන අයුරු විමසා බලමු.

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ දී ඇති දත්ත අනුව පහත දැක්වෙන කෝණ සහ පාදවල අගය සොයන්න.

(i) BC දිග
(ii) DC දිග
(iii) $B\hat{A}D$
(iv) $B\hat{C}D$
(v) $A\hat{B}C$
(vi) $A\hat{D}C$



(i) සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නිසා $AD = BC$ හා $AB = CD$ වේ.

$\therefore BC = 5\text{ cm}$

(ii) $DC = 6\text{ cm}$

(iii) ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව $180°$ නිසා

$$B\hat{A}D = 180° - 75° - 45°$$
$$= \underline{\underline{60°}}$$

(iv) සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා,

$$B\hat{A}D = B\hat{C}D$$
$$\therefore B\hat{C}D = \underline{\underline{60°}}$$

(v) $A\hat{D}B = C\hat{B}D$ ($AD//BC$, ඒකාන්තර ∢ සමාන නිසා)

$\therefore C\hat{B}D = 75°$

$A\hat{B}C = A\hat{B}D + C\hat{B}D$

$\therefore A\hat{B}C = 45° + 75°$

$= \underline{\underline{120°}}$

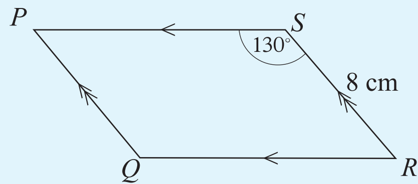
(vi) සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නිසා,

$A\hat{B}C = A\hat{D}C$

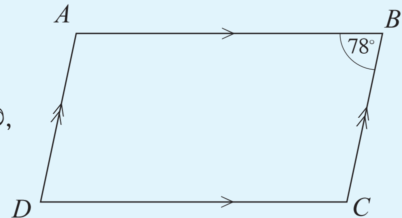
$\therefore A\hat{D}C = \underline{\underline{120°}}$

16.1 අභ්‍යාසය

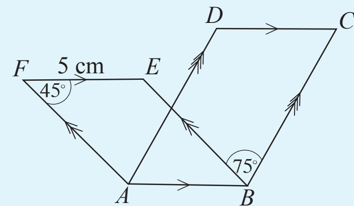
1. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) PQ පාදයේ දිග
   (ii) $Q\hat{P}S$, $P\hat{Q}R$ සහ $Q\hat{R}S$ කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



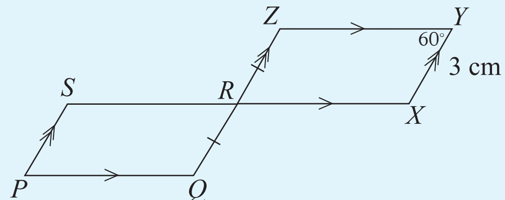
2. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) $B\hat{C}D$ හි අගය සොයන්න.
   (ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 24 cm^2 නම්, BCD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?
   (iii) ACD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය කොපමණ ද?



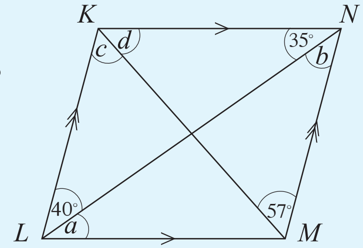
3. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) DC දිග
   (ii) $A\hat{B}E$ හි අගය
   (iii) $A\hat{D}C$ හි අගය
   (iv) $B\hat{C}D$ හි අගය
   සොයන්න.



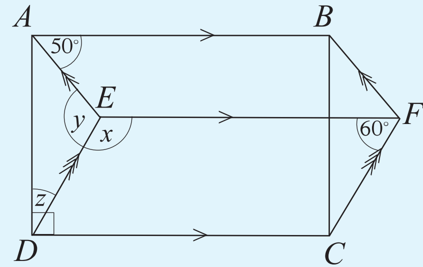
4. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
   (i) PS දිග
   (ii) $Q\hat{P}S$ හි විශාලත්වය
   (iii) $P\hat{Q}R$ හි විශාලත්වය සොයන්න.



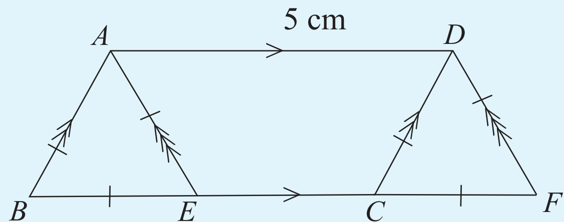
5. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
a, b, c හා d මගින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්වය සොයන්න.



6. රූපයේ දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව,
(i) DC දිගට සමාන පාද දෙකක් ලියන්න.
(ii) x, y හා z මගින් දක්වා ඇති කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



7. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සහ $ADFE$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි. එහි දී ඇති තොරතුරු අනුව,
(i) BC දිග සොයන්න.
(ii) $C\hat{F}D$, $A\hat{D}C$ සහ $E\hat{C}D$ කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



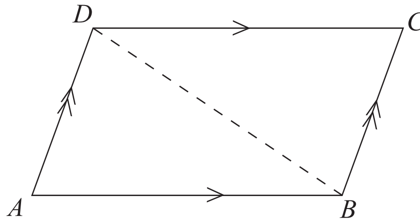
16.2 සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ

සමාන්තරාස්‍ර සඳහා අප නිරීක්ෂණය කළ ලක්ෂණ සෑම සමාන්තරාස්‍රයකටම පොදු වන අතර එය පහත පරිදි ප්‍රමේයය ලෙස ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය 1 : සමාන්තරාස්‍රයක,
(i) සම්මුඛ පාද සමාන වේ.
(ii) සම්මුඛ කෝණ සමාන වේ.
(iii) එක් එක් විකර්ණය මගින් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය කරයි.

ප්‍රමේයය 2 : සමාන්තරාස්‍රයක, විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.

මෙහි ප්‍රමේයය 1 මුල් කොටස් තුන විධිමත්ව සාධනය කරන අයුරු විමසා බලමු.



දත්තය: $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

සාධනය කළ යුත්ත: (i) $AB = DC$ හා $AD = BC$ බව

(ii) $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ හා $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ බව

(iii) $ABD\Delta$ යේ වර්ගඵලය $=$ $BCD\Delta$ වර්ගඵලය බව හා

$ACD\Delta$ වර්ගඵලය $=$ $ABC\Delta$ වර්ගඵලය බව

නිර්මාණය: BD විකර්ණය ඇඳීම.

ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම කිරීමෙන් අපට අවශ්‍ය ප්‍රතිඵල තුනම ලබාගත හැකි ය. එම ත්‍රිකෝණ දෙක කෝ.කෝ.පා අවස්ථාව යටතේ අංගසම වන බව මෙසේ සාධනය කරමු.

සාධනය: ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$A\hat{D}B = C\hat{B}D$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AD//BC$)

$A\hat{B}D = B\hat{D}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AB//DC$)

BD පොදු පාදය

$\therefore ABD\Delta \equiv BCD\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්,

$AB = DC$ හා $AD = BC$ ද

$B\hat{A}D = B\hat{C}D$ ද වේ.

එලෙසම AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ බව ද සාධනය කළ හැකි ය.

තව ද $ABD\Delta$ වර්ගඵලය $= BCD\Delta$ වර්ගඵලය ($ABD\ \Delta \equiv BCD\ \Delta$ නිසා)

$\therefore DB$ විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වේ.

එලෙසම AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් AC විකර්ණයෙන් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සමච්ඡේදනය වන බව පෙන්විය හැකි ය.

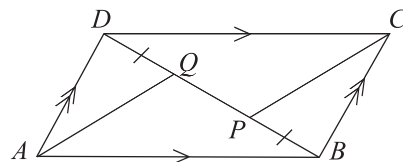
නිදසුන 1

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ BD විකර්ණය මත P හා Q ලකුණු කර ඇත්තේ $BP = DQ$ වන සේ ය.

(i) $ADQ\Delta \equiv BPC\Delta$ බව

(ii) $AQ // PC$ බව

සාධනය කරන්න.



සාධනය (i) ADQ හා BPC ත්‍රිකෝණවල

$DQ = BP$ (දී ඇත)

$AD = BC$ (සමාන්තරාස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන නිසා)

$A\hat{D}Q = P\hat{B}C$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AD//BC$)

$\therefore \underline{\underline{ADQ\Delta \equiv BPC\Delta}}$ (පා.කෝ.පා.)

(ii) ADQ හා BPC ත්‍රිකෝණ අංගසම නිසා එවිට අනුරූප අංග සමාන වන බැවින්,

$A\hat{Q}D = B\hat{P}C$

$\therefore A\hat{Q}P = Q\hat{P}C \quad \left(A\hat{Q}D + A\hat{Q}P = B\hat{P}C + C\hat{P}Q = 180^0\right)$

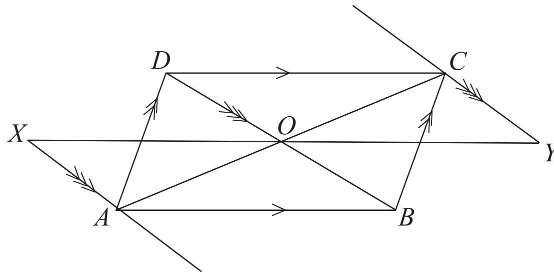
නමුත් $A\hat{Q}P$ හා $Q\hat{P}C$ ඒකාන්තර කෝණ වේ.

ඒකාන්තර කෝණ සමාන වන බැවින්,

$\underline{\underline{AQ // PC}}$ වේ.

නිදසුන 2

පහත රූපයේ දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව XY හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O බව සාධනය කරන්න.



එනම්, $XO = OY$ බව සාධනය කළ යුතු ය. ඒ සඳහා AOX හා COY ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වමු.

සාධනය :

$AOX\Delta$ හා $COY\Delta$

$A\hat{X}O = C\hat{Y}O$ ($AX//CY$, ඒකාන්තර කෝණ සමාන නිසා)

$A\hat{O}X = C\hat{O}Y$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$AO = OC$ (සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේදනය වේ.)

$AOX\Delta \equiv COY\Delta$ (කෝ.කෝ.පා.)

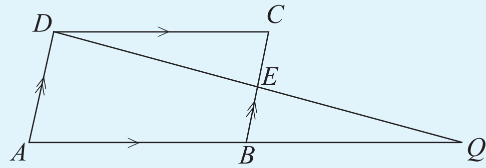
අංගසම ත්‍රිකෝණවල ඉතිරි අනුරූප අංග සමාන වේ.

$\therefore OX = OY$

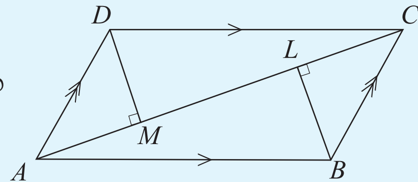
එනම්, XY හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O වේ.

16.2 අභ්‍යාසය

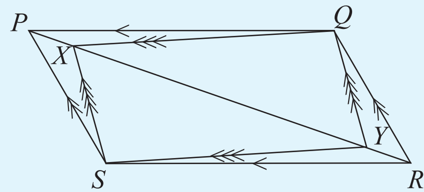
1. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය E වේ. AB සහ DE දික්කළ විට, Q හි දී එකිනෙක හමුවේ. $AB = BQ$ බව සාධනය කරන්න.



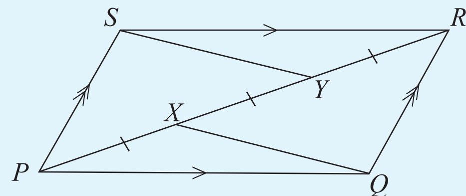
2. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ B සහ D සිට ACට අඳින ලද ලම්බ පිළිවෙළින් BL සහ DM වේ. $BL = DM$ බව පෙන්වන්න.



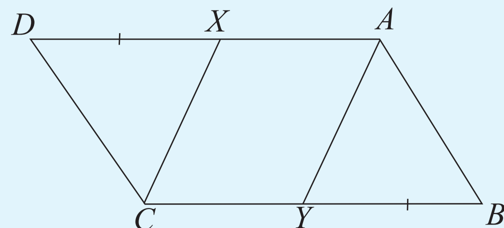
3. රූපයේ දක්වා ඇති $PQRS$ හා $QYSX$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකකි.
   (i) $PX = RY$ බව
   (ii) $PSXQ$ වර්ගඵලය $= SRQY$ වර්ගඵලය බව
   සාධනය කරන්න.



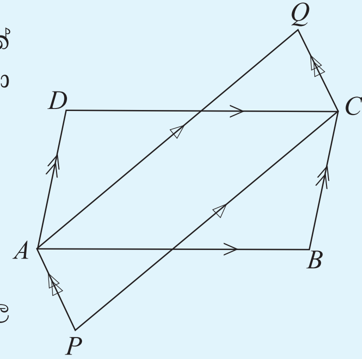
4. රූපයේ දැක්වෙන $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයෙහි $PX = XY = YR$ වන පරිදි PR මත X හා Y ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත.
   (i) $QX = SY$ බව ද
   (ii) $QX /\!/ SY$ බව ද
   සාධනය කරන්න.



5. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි AD සහ BC පාද මත පිළිවෙළින් X හා Y පිහිටා ඇත්තේ $DX = BY$ වන පරිදි ය.
   (i) $ABY\Delta \equiv DCX\Delta$ බව ද
   (ii) $AY /\!/ XC$ බව ද
   සාධනය කරන්න.



6. රූපයේ $ABCD$ හා $APCQ$ නම් සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් දැක්වේ. AC, BD සහ PQ එකම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා වැටී ඇති බව සාධනය කරන්න.



7. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ $P\hat{S}R$ හා $Q\hat{R}S$ යන කෝණවල සමච්ඡේදක PQ මත වූ X ලක්ෂ්‍යයේ දී හමුවේ.

(i) මෙම තොරතුරු ඇතුළත් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ii) $PX = PS$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) X යනු PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය බව සාධනය කරන්න.

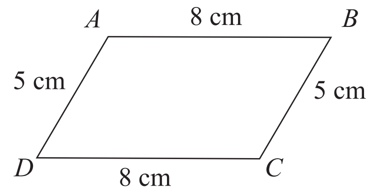
(iv) $PQ = 2\,PS$ බව සාධනය කරන්න.

17 සමාන්තරාස්‍ර II

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වීමට අවශ්‍යතා හඳුනා ගැනීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයකි.

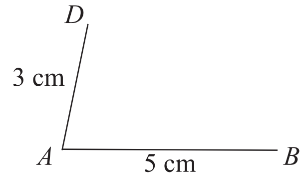


නිදසුනක් ලෙස, දී ඇති රූපයේ $AB = DC$ හා $AD = BC$ වේ. එමනිසා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

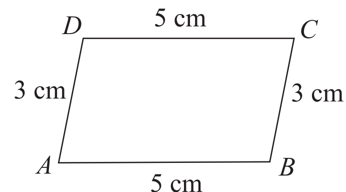
ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

- බාහුවල දිග 5 cm හා 3 cm වන ලෙස රූපයේ ආකාරයට $B\hat{A}D$ අඳින්න.



- B සිට සෙන්ටිමීටර 3ක් ද D සිට සෙන්ටිමීටර 5ක් ද දුරින් 2 වන රූපයේ ආකාරයට C ලක්ෂ්‍යය කවකටුව ආධාරයෙන් ලබාගන්න. දැන් $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.
- එවිට $AB = DC$ත්, $AD = BC$ත් වන බව පෙනේ.

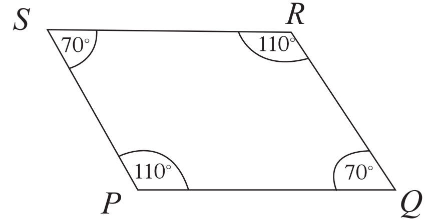


- විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ කෝණ මැන මිත්‍ර කෝණ යුගලයක එකතුව 180° බව පෙන්වීමෙන් හෝ $ABCD$ චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද අතර සමාන්තර බව නිරීක්ෂණය කරන්න. එනම්, $AB//DC$ බව හා $AD//BC$ බව ලබා ගන්න.
- සම්මුඛ පාද සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

දැන් සමාන්තරාස්‍ර සම්බන්ධ තවත් ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ප්‍රමේයය: - චතුරස්‍රයක සම්මුඛ කෝණ සමාන නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

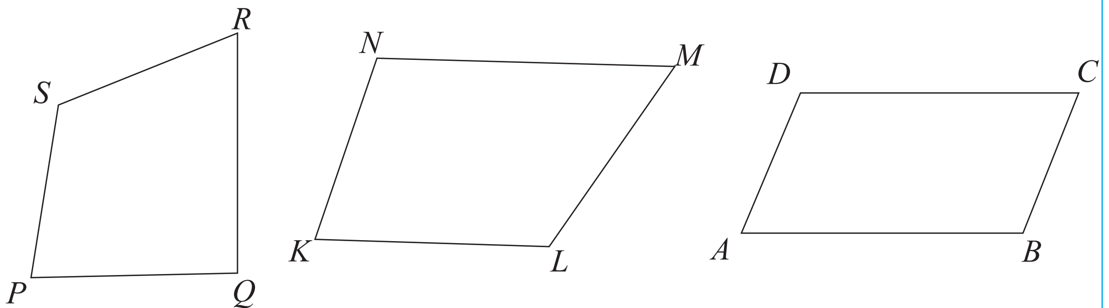
නිදසුනක් ලෙස දී ඇති රූපයේ $P\hat{Q}R = P\hat{S}R$ දී $Q\hat{R}S = Q\hat{P}S$ ද නිසා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයකි.



ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 2

පහත දී ඇති එක් එක් චතුරස්‍රයේ කෝණ සියල්ල මනින්න.

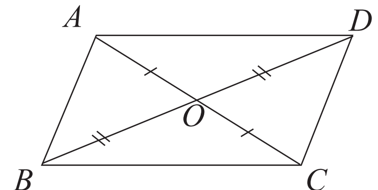


- එක් එක් චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ කෝණ යුගල් සමාන වන්නේ දැයි බලන්න.
- සම්මුඛ කෝණ සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද යුගල සමාන්තර වන්නේ දැයි විමසන්න (මිත්‍ර කෝණවල ඓක්‍යය 180° වන්නේ දැයි බලන්න).
- මේ අනුව සම්මුඛ කෝණ සමාන වන චතුරස්‍රයේ සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

දැන් සමාන්තරාස්‍ර සම්බන්ධ තවත් ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ප්‍රමේයය: -චතුරස්‍රයක විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

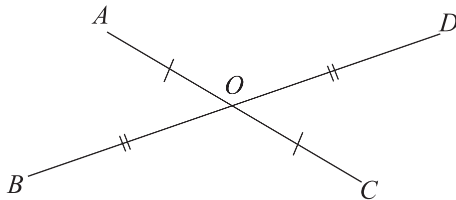
නිදසුනක් ලෙස $ABCD$ චතුරස්‍රයේ $AO = OC$ ද $BO = OD$ නිසා $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

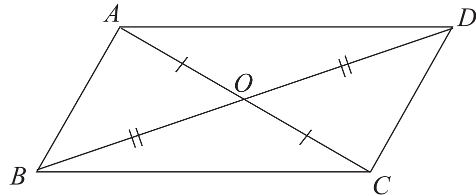


ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම් 3

- AC හා BD විකර්ණ වන $ABCD$ චතුරස්‍රය ඇඳීම සඳහා මුලින්ම AC විකර්ණය ඇඳ, එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O ලෙස නම් කරන්න.
- දැන් AC විකර්ණය O හි දී ඡේදනය වන අයුරින් තවත් සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් අඳින්න. $OB = OD$ වන ආකාරයට එම රේඛා ඛණ්ඩය මත B හා D ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරන්න.



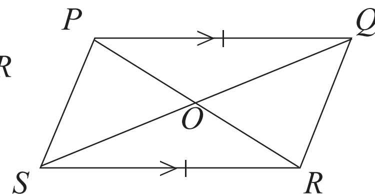


- දැන් ඉහත ආකාරයට $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කරන්න.
- විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ ඒකාන්තර කෝණ මැන බැලීමෙන් හෝ $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AB හා DC රේඛාවල සමාන්තරතාවත් BC හා AD රේඛාවල සමාන්තරතාවත් විමසන්න.
- විකර්ණ එකිනෙක සමච්ඡේද වන චතුරස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන්තර වන බව නිරීක්ෂණය කළ හැකි ය.

දැන් සමාන්තරාස්‍ර සම්බන්ධ තවත් ප්‍රමේයයක් පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

ප්‍රමේයය: චතුරස්‍රයක එක් සම්මුඛ පාද යුගලයක ඇති පාද දෙක සමාන හා සමාන්තර වේ නම් එම චතුරස්‍රය සමාන්තරාස්‍රයක් වේ.

නිදසුනක් ලෙස $PQRS$ චතුරස්‍රයේ $PQ = SR$ හා $PQ//SR$ නිසා $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

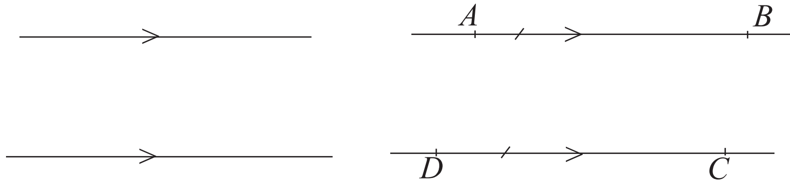


ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව තහවුරු කරගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

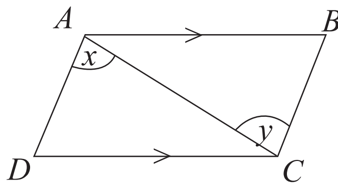
ක්‍රියාකාරකම් 4

- විහිත චතුරස්‍රය හා කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් සමාන්තර රේඛා යුගලයක් අඳින්න.
- එම සමාන්තර රේඛා යුගලයෙන් එකක් මත A හා B ලෙස ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ලකුණු කරන්න.

- AB දිගට සමාන දිගක් සහිත CD දිගක් අනෙක් රේඛාව මත ද රූපයේ පරිදි ලකුණු කරන්න.



- දැන් $ABCD$ චතුරස්‍රය සම්පූර්ණ කර, පහත රූපයේ ආකාරයට AC විකර්ණය අඳින්න.



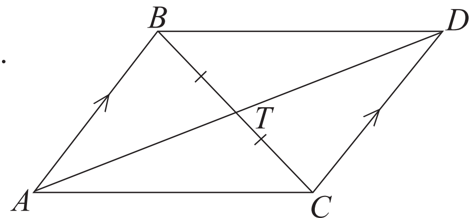
කෝණමානය භාවිතයෙන් x හා y ඒකාන්තර කෝණ යුගලය මැන බැලීමෙන් හෝ විහිත චතුරස්‍රය සහ කෝදුව භාවිතයෙන් හෝ AD හා BC පාද සමාන්තර බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඉහත ප්‍රමේය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය කරන අයුරු පහත නිදසුන ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය T වේ. ABට සමාන්තර ව C හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ AT රේඛාව D හි දී හමු වේ. $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.

මුලින්ම දී ඇති තොරතුරු අනුව රූපය අඳිමු.



සම්මුඛ පාද යුගලයක් සමාන සහ සමාන්තර චතුරස්‍රයක්, සමාන්තරාස්‍රයක් වන බව අපි දනිමු. එබැවින්, එක් පාද යුගලයක් සමාන හා සමාන්තර බව පෙන්වා $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වමු. $AB \,//\, CD$ බව දී ඇත. $AB = CD$ බව ද පෙන්වමු.
ඒ සඳහා, ABT හා CTD ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව පෙන්වමු.

$ABT\Delta$ හා $CTD\Delta$

$BT = TC$ (දී ඇත)

$A\hat{T}B = C\hat{T}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$A\hat{B}T = T\hat{C}D$ (ඒකාන්තර කෝණ, $AB//CD$)

$\therefore ABT\Delta \equiv CTD\Delta$ (කෝ.කෝ.පා)

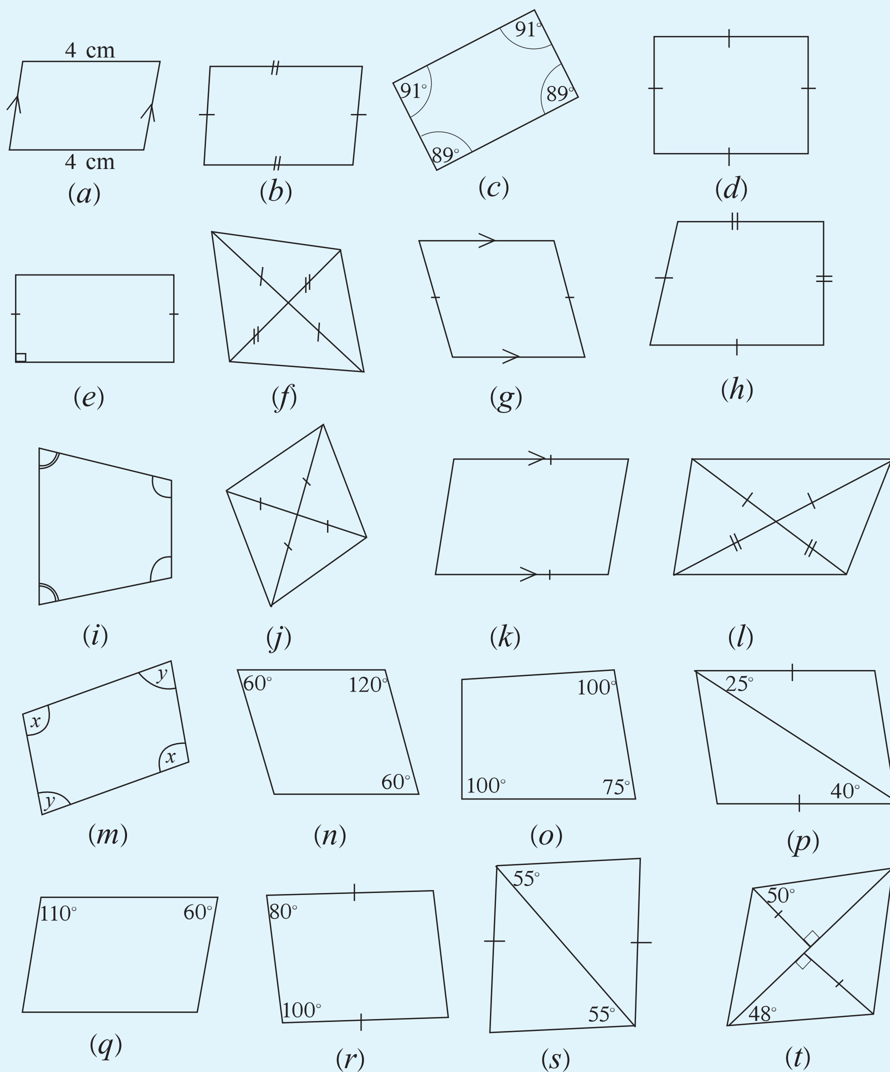
අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්,

$$AB = CD$$

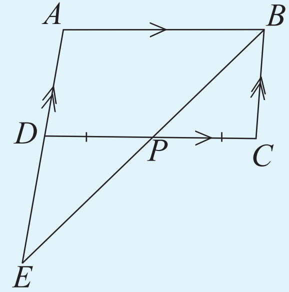
$AB = CD$ හා $AB \parallel CD$ බැවින්, $ABDC$ සමාන්තරාස්‍රයකි.

17.1 අභ්‍යාසය

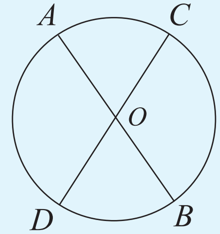
1. පහත දැක්වෙන චතුරස්‍ර අතරින් දී ඇති දත්ත අනුව සමාන්තරාස්‍ර වන බව නිගමනය කළ හැකි චතුරස්‍ර තෝරන්න.



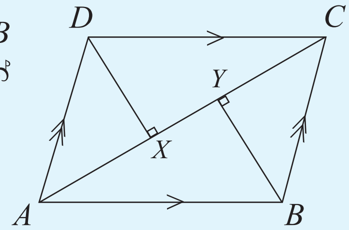
2. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ DC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය P වේ. දික් කළ AD සහ BP රේඛා E හි දී හමු වේ.
(i) $BCP\Delta \equiv DPE\Delta$ බව ද
(ii) $BCED$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද
සාධනය කරන්න.



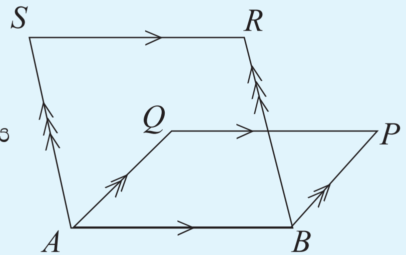
3. දී ඇති රූපයේ AB හා CD යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ විෂ්කම්භ දෙකකි. A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වන බව සාධනය කරන්න.



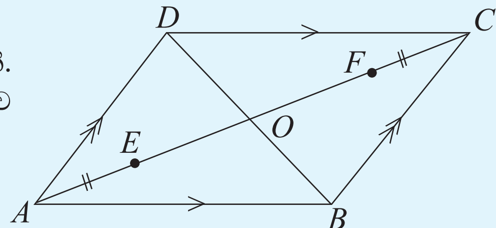
4. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ D සහ B ලක්ෂ්‍යවල සිට AC විකර්ණයට අඳින ලද ලම්බ පිළිවෙළින් X හා Y හිදී AC හමුවේ.
(i) $AXD\Delta \equiv BYC\ \Delta$ බව ද
(ii) $DX = BY$ බව ද
(iii) $BYDX$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

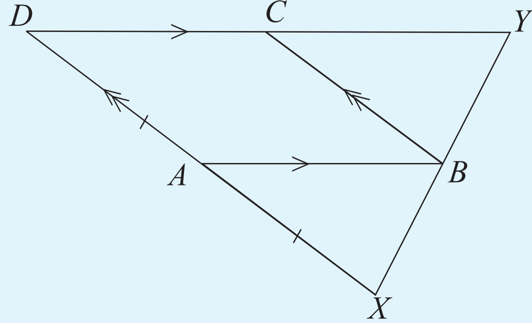


5. $ABPQ$ සහ $ABRS$ සමාන්තරාස්‍ර දෙකක් රූපයේ දක්වා ඇත. $QPRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



6. දී ඇති රූපයේ $ABCD$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. $AE = FC$ නම්, $EBFD$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.





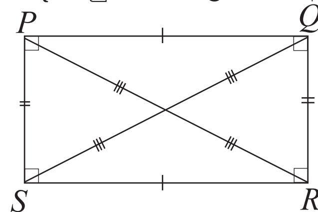
7. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $DA = AX$ වන පරිදි DA රේඛාව X දක්වා දික් කර ඇත. දික් කළ DC සහ XB රේඛා Y හි දී හමු වේ.
   (i) $AXBC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්
   (ii) $ABYC$ සමාන්තරාස්‍රයක් බවත්
   (iii) $DC=CY$ බවත් සාධනය කරන්න.

8. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ O හි දී එකිනෙක ඡේදනය වේ. PO මත M ද OR මත T ද QO මත L ද SO මත N ද පිහිටා ඇත්තේ $PM = RT$ සහ $SN = QL$ වන පරිදි ය.
   (i) $MO = OT$ බව ද
   (ii) $LMNT$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද
   (iii) $MSTQ$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

විශේෂ ලක්ෂණ සහිත සමාන්තරාස්‍ර

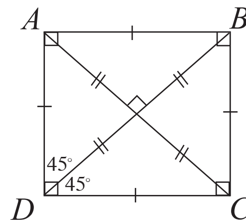
1. සෘජුකෝණාස්‍රය

සමාන්තරාස්‍රයක එක් කෝණයක් සෘජුකෝණයක් යැයි ගනිමු. එවිට ඉතිරි කෝණ ද සෘජුකෝණ වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍රක් සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වේ.
සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සෘජුකෝණාස්‍රයකට ඇත.
 (i) ශීර්ෂ කෝණ සියල්ල ම සෘජුකෝණ වේ.
 (ii) විකර්ණ දිගින් සමාන වේ.



2. සමචතුරස්‍රය

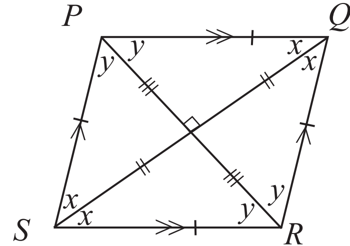
සමාන බද්ධ පාද දෙකක් ඇති සෘජුකෝණාස්‍ර සමචතුරස්‍ර වේ. සෘජුකෝණාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද සමචතුරස්‍රයක් සතුව පවතී.
 (i) සියලු ම පාද දිගින් සමාන වේ.
 (ii) විකර්ණ සෘජුකෝණී ව එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.
 (iii) ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේද වේ.



3. **රොම්බසය**

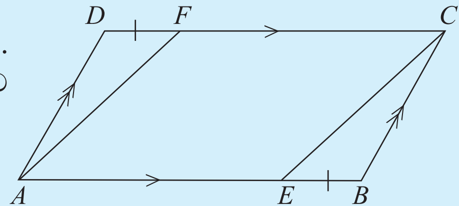
සමාන්තරාස්‍රයක බද්ධ පාද දෙකක් සමාන යැයි ගනිමු. එවිට පාද හතර ම දිගින් සමාන වේ. එවැනි සමාන්තරාස්‍ර රොම්බස ලෙස හැඳින්වේ. සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණවලට අමතර ව පහත ලක්ෂණ ද රොම්බසයකට ඇත.

(i) පාද සියල්ල ම සමාන වේ.
(ii) විකර්ණ ඍජුකෝණීව එකිනෙක සමච්ඡේද වේ.
(iii) ශීර්ෂ කෝණ විකර්ණ මගින් සමච්ඡේද වේ.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයකි. $DF = EB$ නම් $AECF$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව සාධනය කරන්න.



2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $A\hat{B}C$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය AC පාද P හි දී ඡේදනය කරයි. BCට සමාන්තරව A හරහා ඇඳි රේඛාවට දික් කළ BP රේඛාව D හි දී හමුවන්නේ $BP = PD$ වන පරිදි ය.
   (i) $BCP\Delta \equiv ADP\Delta$ බව සාධනය කරන්න.
   (ii) $ABCD$ රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න.
   (iii) $AC = 18$ cm $BD = 24$ cm නම් AB දිග සොයන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් X හා Y වේ. ABට සමාන්තර ලෙස C හරහා ඇඳි සරල රේඛාවත් දික් කරන ලද XYත් Z හි දී හමු වේ.
   (i) $AXY\Delta \equiv CYZ\Delta$ බව ද
   (ii) $BCZX$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

4. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB, BC, CD සහ AD පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් P, Q, R සහ S වේ.
   (i) $ASP\Delta \equiv CQR\Delta$ බව ද
   (ii) $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව ද සාධනය කරන්න.

18 කුලක

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- කුලකයක් විස්තර කළ හැකි ක්‍රම හඳුනා ගැනීමට
- කුලක දෙකක් දක්වා ඇති වෙන්රූප සටහනකට අදාළ ප්‍රදේශ හඳුනා ගැනීමට හා එම උපකුලකවල ඇති අවයව ගණන දැක්වෙන සූත්‍රය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කුලක අංකනය

කුලකයක් ලියා දැක්විය හැකි ක්‍රම තුනක් ඔබ මීට පෙර ඉගෙනගෙන ඇත.
ඒවා නම්,

- වචනයෙන් විස්තර කිරීම
- අවයව ලයිස්තුගත කිරීම
- වෙන් රූප සටහන

A යනු 1ත් 10ත් අතර 3හි ගුණාකාර කුලකය නම්, එය ඉහත ආකාර 3 අනුව දක්වතොත් මෙසේ ය.

- වචනයෙන් විස්තර කිරීමක් ලෙස,

  A = {1ත් 10ත් අතර තුනෙහි ගුණාකාර}

  හෝ

  A = 1ත් 10ත් අතර 3 හි ගුණාකාර කුලකය
- අවයව ලයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස,

  $A = \{3, 6, 9\}$
- වෙන් රූපසටහනක් ලෙස,

  A → (3, 6, 9)

18.1 කුලකයක ජනන ස්වරූපය

කුලකයක් දැක්විය හැකි තවත් අංකන ක්‍රමයක් වන්නේ ජනන ස්වරූපයෙන් දැක්වීමයි. නිදසුනක් ලෙස, 1ත් 10ත් අතර තුනෙහි ගුණාකාර කුලකය ජනන ස්වරූපයෙන් පහත ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

$$A = \{ x : x \text{ යනු 3 හි ගුණාකාරයක් හා } 1 < x < 10 \}$$

මෙහි x යන්න විචල්‍යයක් වැනිය. ඒ සඳහා ඕනෑම සංකේතයක් භාවිත කළ හැකි ය. දෙතිතට පසුව ඇති ප්‍රකාශයෙන්, x කෙසේ විය යුතු ද යන්න විස්තර කෙරෙයි. කුලකයක් ජනන ස්වරූපයෙන් දැක්වීමේ දී ද විවිධ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි ය. නිදසුනක් ලෙස, පහත දැක්වෙන්නේ $A = \{1, 2\}$ කුලකය ජනන ස්වරූපයෙන් ලිවිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් ආකාර 3 කි.

$A = \{ x : (x-1)(x-2) = 0 \}$
$A = \{ y : y \in \mathbb{Z}$ හා $1 \leq y \leq 2 \}$
$A = \{ n \in \mathbb{Z} : 0 < n \leq 2 \}$

කුලකයක ජනන ස්වරූපය පිළිබඳ ව පහත වගුවේ දැක්වෙන නිදසුන් සලකා බලන්න.

කුලකය	ජනන ස්වරූපය
$A = \{$10ට අඩු ධන නිඛිල$\}$	$A = \{x: x \in \mathbb{Z}^+$ හා $0 < x < 10\}$ හෝ $A = \{x \in \mathbb{Z}^+ : 0 < x < 10\}$
$B = \{16, 25, 36, 49\}$	$B = \{ x : x$ පූර්ණ වර්ගයක් සහ $16 \leq x \leq 49\}$
$C \rightarrow$ (-2, -1, 3, 1, 2, 0)	$C = \{ x : x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 3 \}$ හෝ $C = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 3 \}$

18.1 අභ්‍යාසය

1. 10 සිට 15 තෙක් ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය,
   (i) වචනයෙන් විස්තර කිරීමක් ලෙස
   (ii) අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස
   (iii) වෙන් රූප සටහන් ඇසුරෙන්
   (iv) කුලක ජනන ස්වරූපයෙන්
   ලියා දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය වචනයෙන් විස්තර කිරීමක් ලෙස ලියන්න.
   (i) $A = \{3, 6, 9, 12\}$
   (ii) $B \rightarrow$ (2, 3, 7, 5)
   (iii) $C = \{ x : x$ පූර්ණ වර්ගයකි. $10 < x < 100 \}$

3. පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය, අවයව ලැයිස්තුගත කිරීමක් ලෙස දක්වන්න.
   (i) $X = \{$ ANURADHAPURAYA යන වචනයේ අකුරු$\}$
   (ii) $A = \{ x : x$ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි. $10 < x < 20\}$
   (iii) $B \rightarrow$ (4, 8, 9, 6)

4. පහත එක් එක් කුලකය වෙන්රූප සටහනක් භාවිතයෙන් දක්වන්න.

(i) $A = \{7, 14, 21, 28\}$

(ii) B = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර අක්ෂර}

(iii) $Y = \{x \in \mathbb{Z} \ : x^2 = 4\}$

5. පහත එක් එක් කුලකය, කුලක ජනන ස්වරූපයෙන් ලියන්න.

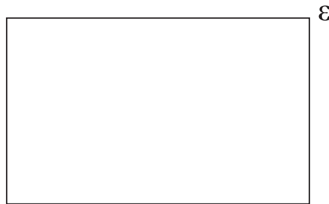
(i) X = {1ත් 10ත් අතර ඇති ඔත්තේ සංඛ්‍යා}

(ii) $Y = \{0, 1, 2, 3\}$

(iii) Z → 5 20 10 15

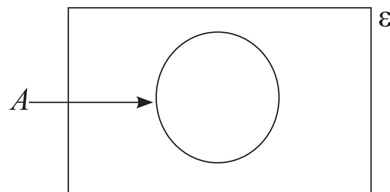
18.2 වෙන් රූප සටහනක ප්‍රදේශ

වෙන් රූප සටහන් ඇඳීමේ දී සර්වත්‍ර කුලකය සෘජුකෝණාස්‍රයකින් දැක්වෙන අතර, එය ε මගින් අංකනය කෙරේ.

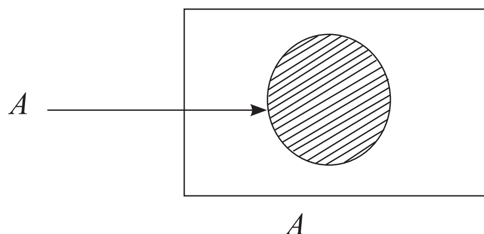


මෙම සර්වත්‍ර කුලකයෙහි උපකුලක වෘත්තාකාර (හෝ ඉලිප්සාකාර) ප්‍රදේශ මගින් දැක්වේ. මෙම උපකුලක මගින් සර්වත්‍ර කුලකය නිරූපණය කෙරෙන සෘජුකෝණාස්‍රය විවිධ ප්‍රදේශවලට වෙන් වේ. එම ප්‍රදේශ හඳුනා ගැනීම දැන් සලකා බලමු.

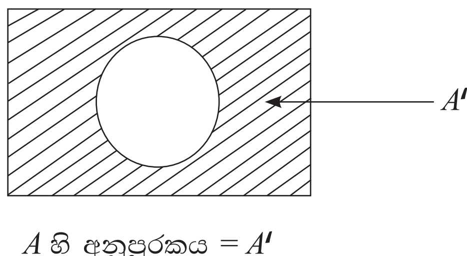
1. සර්වත්‍ර කුලකය තුළ එක් උපකුලකයක් දැක්වෙන විට



A උපකුලකය මගින් සර්වත්‍ර කුලකය ප්‍රදේශ දෙකකට වෙන් වේ. ඒවා නම් A අයත් පෙදෙස හා Aහි අනුපූරකය වන A' අයත් පෙදෙසයි.



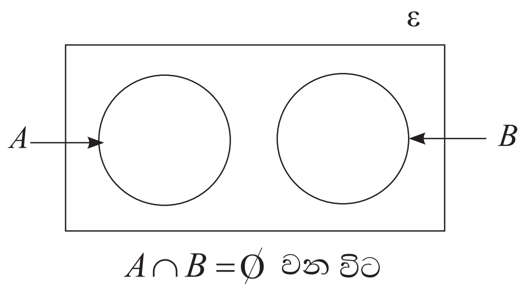
A



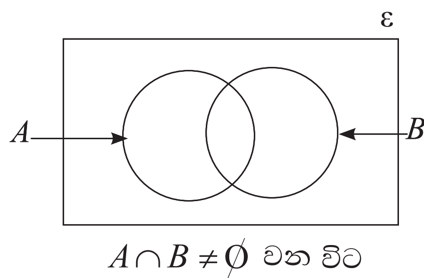
A හි අනුපූරකය $= A'$

2. සර්වත්‍ර කුලකයෙහි උපකුලක 2ක් නිරූපණය වන විට

උපකුලක දෙක A හා B යැයි ගනිමු. A හා Bට පොදු අවයව නොමැති විට දී, එනම් $A \cap B = \emptyset$ විට දී ලැබෙන වෙන්රූප සටහනත්, Aට හා Bට පොදු අවයව ඇති විට දී, එනම් $A \cap B \neq \emptyset$ විට දී ලැබෙන වෙන්රූප සටහනත් පහත දැක්වේ.



$A \cap B = \emptyset$ වන විට



$A \cap B \neq \emptyset$ වන විට

ප්‍රදේශ හඳුනාගැනීමට පෙර, පහත දැක්වෙන කුලක අර්ථ දැක්වීම් නැවත මතක් කර ගනිමු.

$A' = A$ට අයත් නොවන අවයව සහිත කුලකය

$A \cap B = A$ හා B කුලක දෙකටම අයිති අවයව සහිත කුලකය

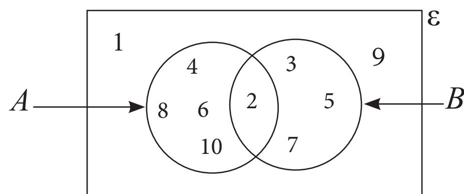
$A \cup B = A$ට හෝ Bට අයත් අවයව සහිත කුලකය

නිදසුනක් ලෙස $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ලෙසත්

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ලෙසත්

$B = \{2, 3, 5, 7\}$ ලෙසත්

ගනිමු. එවිට, වෙන් රූප සටහනක මෙම කුලක මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



දී ඇති කරුණු අනුව

$A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ බවත්

$A \cap B = \{2\}$ බවත්

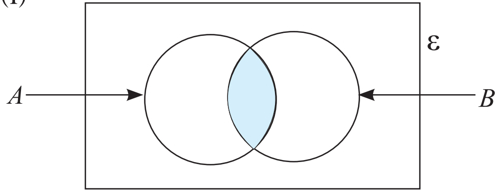
$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$ බවත් පැහැදිලි ය.

තව ද $(A \cup B)' = \{1, 9\}$ බවත්

$(A \cap B)' = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ බවත් වෙන් රූප සටහන හොඳින් නිරීක්ෂණය කළ විට පෙනේ.

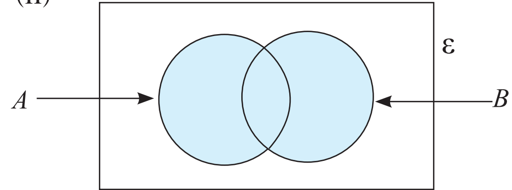
සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක දෙකක් වෙන්රූප සටහනක දැක්වීමේ දී එම වෙන්රූප සටහන තුළ ප්‍රදේශ ගණනාවක් හටගනී. පහත දැක්වෙන්නේ එසේ හටගන්නා ප්‍රදේශ කිහිපයක් සහ එම එක් එක් ප්‍රදේශය, කුලක අනුපූරකය, කුලක ඡේදනය සහ කුලක මේලය භාවිතයෙන් ලියා දැක්විය හැකි ආකාර වේ.

(i)



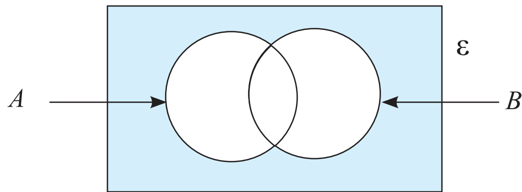
$A \cap B$

(ii)



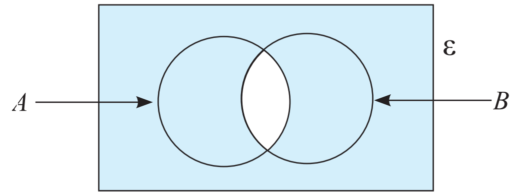
$A \cup B$

(iii)



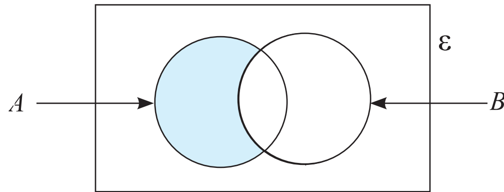
$(A \cup B)'$

(iv)



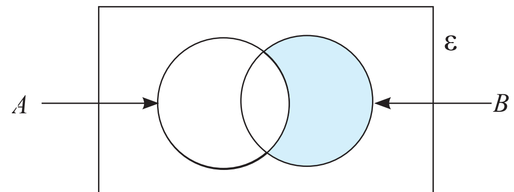
$(A \cap B)'$

(v)



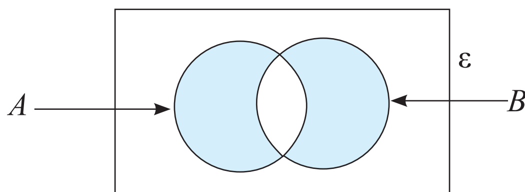
$A \cap B'$

(vi)



$A' \cap B$

ඉහත සාකච්ඡා කළ නිදසුනට අදාළ ව,
$A \cap B' = \{4, 6, 8, 10\}$ ද $A' \cap B = \{3, 5, 7\}$ ද වේ.
තව ද ඉහත (v) හා (vi) වෙන් රූප සටහන් අනුව පහත වෙන් රූප සටහන ලැබේ.

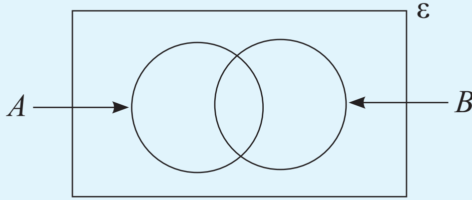


$(A \cap B') \cup (A' \cap B)$

18.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති එක් එක් කුලකයට අදාළ පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.

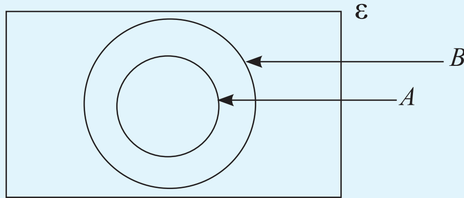
a.



(i) $A' \cap B'$ (ii) $A' \cup B'$
(iii) $(A \cap B)'$ (iv) $(A \cup B)'$
(v) $(A \cap B) \cup (A \cup B)'$ (vi) $(A \cap B')'$
(vii) $(A' \cap B)'$ (viii) $(A \cup B')'$
(ix) $(A' \cup B)'$

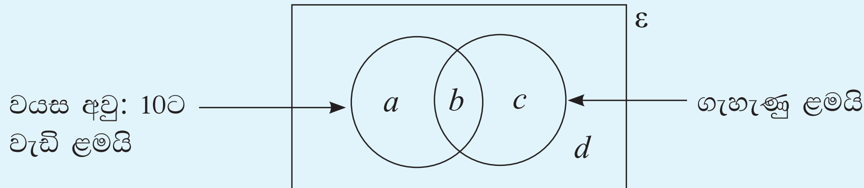
b. ඉහත ඔබ අඳුරු කළ ප්‍රදේශ පරීක්ෂා කිරීමෙන් සමාන කුලක යුගල සියල්ල දක්වන්න.

2. පහත දැක්වෙන්නේ $A \subset B$ විට ඇඳ ඇති, A හා B කුලක අඩංගු වෙන් රූප සටහනකි. එහි පිටපත් 6ක, (i) සිට (vi) දක්වා දී ඇති එක් එක් කුලකයට අදාළ පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.



(i) $A \cap B$ (ii) $A \cup B$
(iii) $A' \cap B$ (iv) $A' \cup B$
(v) $(A \cup B)'$ (vi) $(A' \cap B)'$

3. ළමා සමාජයක සිටින ළමයින් පිළිබඳ තොරතුරු පහත වෙන් රූප සටහනේ දක්වා ඇත.



a, b, c හා d සංකේත එක එකක් මගින් දැක්වෙන පෙදෙස වචනයෙන් විස්තර කරන්න. නිදසුනක් ලෙස a මගින් දැක්වෙන්නේ "වයස අවුරුදු 10ට වැඩි පිරිමි ළමයි" වේ.

4. $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A' \cap B = \{4, 5\}$

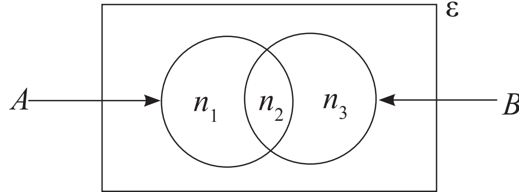
$A \cap B = \{3\}$

$(A \cup B)' = \{1\}$ නම් සුදුසු වෙන්රූප සටහනක ඉහත දත්ත ඇතුළත් කරන්න. ඒ ඇසුරෙන්,

A, $A \cup B$ හා $B' \cap A$ කුලක සොයන්න.

18.3 කුලක දෙකක අවයව ප්‍රමාණ අතර සම්බන්ධතා

● පහත වෙන් රූපසටහනේ දැක්වෙන්නේ $A \cap B \neq \emptyset$ පරිදි වූ සර්වත්‍ර කුලකයකට අයත් A හා B උපකුලක 2කි.



මෙහි n_1, n_2, n_3 මගින් අදාළ පෙදෙස්වලට අයත් අවයව ගණන දක්වා ඇත.
(වෙන් රූපය තුළ අවයව ලියා දැක්වීම කළ යුතු වුවත්, ගැටලු විසඳීමේ පහසුව සඳහා මෙලෙස අවයව ගණන ලියා දක්වමු).

A කුලකයට අයත් අවයව ගණන $n(A)$ ආදී වශයෙන් දක්වමු. එවිට රූපයට අනුව,

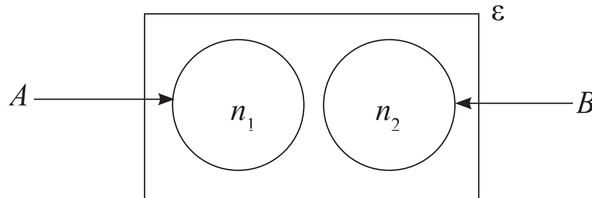
$$n(A) = n_1 + n_2$$
$$n(B) = n_2 + n_3$$
$$n(A \cap B) = n_2$$
$$n(A \cup B) = n_1 + n_2 + n_3$$ වේ.

දැන්, $$n(A \cup B) = \underbrace{n_1 + n_2} + \underbrace{n_2 + n_3} - n_2$$
$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$ ලෙස ලැබේ.

මේ අනුව,

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

A හා B උපකුලක දෙක වියුක්ත වන (එනම්, $A \cap B = \emptyset$) අවස්ථාවට අදාළ වෙන් රූප සටහන පහත දක්වා ඇත.



මේ අවස්ථාවේ දී,

$$n(A) = n_1$$
$$n(B) = n_2$$
$$n(A \cup B) = n_1 + n_2$$

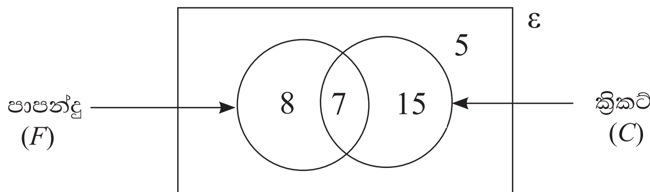
මේ අනුව, $A \cap B = \emptyset$ වන විට

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

කුලක දෙකක් ආශ්‍රිත පෙදෙස් තවදුරටත් හඳුනා ගැනීමට පහත නිදසුන් තවදුරටත් හොඳින් අධ්‍යයනය කරන්න. මෙහි දී කුලකය තුළ එයට අයත් අවයව ලිවීම සම්මතය වුවත්, පහසුව සඳහා කුලකය තුළ, අවයව ගණන ලියා ඇත.

නිදසුන 1

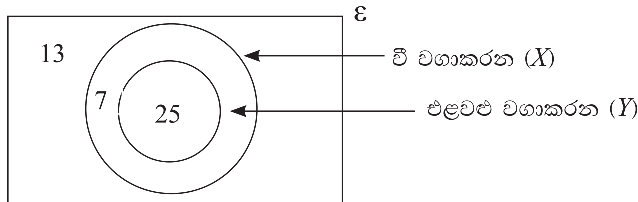
පහත දැක්වෙන්නේ පාසලක, පාපන්දු හා ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවන්හි යෙදෙන සිසුන් පිළිබඳ තොරතුරු ඇතුළත් වෙන් රූප සටහනකි.



1. පාපන්දු ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F) = 8 + 7 = 15$
2. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(C) = 7 + 15 = 22$
3. ක්‍රීඩා දෙකෙහිම යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cap C) = 7$
   (පාපන්දු හා ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවල යෙදෙන්නන්)
4. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ පමණක් යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(C \cap F') = 15$
5. පාපන්දු ක්‍රීඩාවේ පමණක් යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cap C') = 8$
6. පාපන්දු හෝ ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cup C) = 8 + 7 + 15 = 30$
7. පාපන්දු ක්‍රීඩාවේ නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F') = 15 + 5 = 20$
8. ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(C') = 8 + 5 = 13$
9. එක් ක්‍රීඩාවක පමණක් යෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n\{(F \cap C') \cup (F' \cap C)\}$
   $= 8 + 15 = 23$
10. ඉහත එකදු ක්‍රීඩාවකවත් නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n(F \cup C)' = 5$

නිදසුන 2

එක්තරා ගමක ගොවීන්ගෙන් ඔවුන් කරනු ලබන වගාවන් පිළිබඳව විමසීමෙන් ලබා ගත් තොරතුරු පහත වෙන්රූප සටහනෙන් නිරූපනය කර ඇත.



1. එළවළු වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(Y) = 25$
2. වී වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(X) = 7 + 25 = 32$
3. වී පමණක් වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(Y'\cap X) = 7$
4. එළවළු පමණක් වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(X'\cap Y) = 0$ (කිසිවෙක් නැත)
5. වී හා එළවළු වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(X\cap Y) = 25$
6. වී හෝ එළවළු වගා කරන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(X\cup Y) = 7 + 25 = 32$
7. ඉහත වගාවන් දෙකෙහි ම නොයෙදෙන්නන් ගණන කීය ද? $n\,(X\cup Y)' = 13$
8. විමසීමට ලක් කරන ලද මුළු ගොවීන් ගණන කීය ද? $n\,(\varepsilon) = 13 + 7 + 25 = 45$

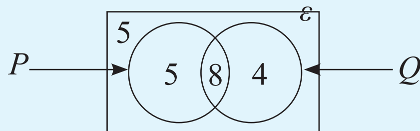
18.3 අභ්‍යාසය

1. $n\,(A) = 35,\; n\,(B) = 24,\; n(A\cap B) = 11$ නම් $n\,(A\cup B)$ සොයන්න.

2. $n\,(X) = 16$, $n\,(X\cap Y) = 5$, $n\,(X\cup Y) = 29$ නම් $n\,(Y)$ සොයන්න.

3. $n\,(P) = 70$, $n\,(Q) = 55$, $n\,(P\cup Q) = 110$ නම්, $n\,(P\cap Q)$ සොයන්න.

4. $n\,(A) = 19$, $n\,(B) = 16$, $n\,(A\cup B) = 35$ නම්, $n\,(A\cap B)$ සොයන්න. ඒ අනුව A හා B කුලක දෙකෙහි ඇති විශේෂත්වය කුමක් ද?

5. 

   ඉහත වෙන් රූපය තුළ සංඛ්‍යා මගින් දක්වා ඇත්තේ එක් එක් පෙදෙසට අයත් අවයව ප්‍රමාණ වේ.
   $n(P)$, $n(Q)$, $n(P\cap Q)$ හා $n(P\cup Q)$ සොයා එමගින්, $n(P\cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P\cap Q)$ සම්බන්ධය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

6. ක්‍රීඩා සමාජයක සිටිනා සාමාජිකයෝ ගණන 60කි. ඉන් 30ක් ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන අතර, 25ක් එල්ලේ ක්‍රීඩාවේ යෙදෙති. ක්‍රීඩා දෙකෙහි ම යෙදෙන ගණන 15කි.
   (i) සුදුසු වෙන් රූප සටහනක ඉහත දත්ත ඇතුළත් කරන්න.
   (ii) ඉහත එකදු ක්‍රීඩාවක හෝ නොයෙදෙන ගණන කීය ද?
   (iii) ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවේ නොයෙදෙන, එහෙත් එල්ලේ ක්‍රීඩාවේ යෙදෙන ගණන කීය ද?

7. සාදයකට පැමිණි 30 දෙනෙකුගෙන් 12ක් කැවුම් ද, 20ක් කොකිස් ද, අනුභව කළ අතර 5ක් ඉහත වර්ග දෙක ම අනුභව නොකරති. ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන් රූප සටහනක දක්වා,
   (i) ඉහත වර්ග දෙක ම අනුභව කළ ගණන සොයන්න.
   (ii) ඉහත වර්ග දෙකෙන් එක් වර්ගයක් පමණක් අනුභව කළ ගණන සොයන්න.

8. පන්තියක සිසුන් 40 දෙනෙකුගෙන් 21 දෙනෙකු ගුවන්විදුලියට සවන්දීම ප්‍රිය නොකරන අතර, 10 දෙනෙක් රූපවාහිනිය නැරඹීම ප්‍රිය නොකරති. 8 දෙනෙකු ඉහත වර්ග දෙකෙන් එකක්වත් ප්‍රිය නොකරයි.
   (i) ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන් රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) ඉහත වර්ග දෙක ම ප්‍රිය කරන ගණන කීය ද?
   (iii) රූපවාහිනිය නැරඹීම පමණක් ප්‍රිය කරන ගණන කීය ද?

9. අවුරුදු ක්‍රීඩාවකට සහභාගි වූ දරුවන් 35 දෙනෙකු අතරින් 19ක් පිරිමි ළමයින් වූ අතර, 17 දෙනෙක් අවුරුදු 15ට වැඩි ය. අවුරුදු 15ට අඩු ගැහැනු ළමයින් ගණන 6 කි.
   (i) ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන්රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) අවුරුදු 15ට වැඩි පිරිමි ළමයින් ගණන කීය ද?

10. චාරිකාවකට සහභාගි වූ 80 දෙනෙකුගෙන් 50%ක පිරිසක් හිස්වැසුම් පැලඳ සිටි නමුත්, අත් ඔරලෝසු පැලඳ සිටියේ නැත. චාරිකාවට සහභාගී වූ පිරිසෙන් 40%ක් අත්ඔරලෝසු පැලඳ සිටි අතර, ඉන් 30 දෙනෙක් හිස්වැසුම් පැලඳ සිටියෝ ය.
   (i) සුදුසු වෙන් රූප සටහනක ඉහත තොරතුරු දක්වන්න.
   (ii) ඉහත පලඳනා දෙකෙන් එකක්වත් පැලඳ නොසිටි ගණන සොයන්න.

11. එක්තරා ගමක ජීවත් වන ගොවීන්ගෙන් 36 දෙනෙක් අල වගා කරති. මිරිස් පමණක් වගා කරන ගොවීන් ගණන 18 කි. අල වගා නොකරන ගොවීන් ගණන 24ක් වන අතර, මිරිස් වගා නොකරන ගොවීන් ගණන 26කි. ඉහත තොරතුරු වෙන්රූප සටහනක දක්වා,
   (i) ඉහත වගා දෙකෙන් එකක් වත් නොකරන ගොවීන් ගණන සොයන්න.
   (ii) අල පමණක් වගා කරන ගොවීන් ගණන සොයන්න.
   (iii) ඉහත වර්ග දෙක ම වගා කරන ගොවීන් ගණන සොයන්න.

12. එක්තරා ගමක නිවාස 80ක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන සිදු කළ සමීක්ෂණයක දී පහත තොරතුරු අනාවරණය විය.
   - නිවාස 5කට නළ ජලය හෝ විදුලියවත් නොතිබුණි.
   - නිවාස 30කට විදුලිය නොතිබුණි.
   - නළජලය ඇතිමුත් විදුලිය නොමැති වූ නිවාස ගණන, එම පහසුකම් දෙක ම තිබුණු නිවාස ගණනට වඩා 7කින් වැඩි ය.

   (i) ඉහත තොරතුරු සුදුසු වෙන් රූප සටහනක දක්වන්න.
   (ii) නළජලය හා විදුලිය සහිත නිවාස ගණන කීය ද?
   (iii) විදුලිය ඇතත් නළජල පහසුකම නොමැති නිවාස ගණන කීය ද?
   (iv) නල ජලය නොමැති නිවාස ගණන කීය ද?
   (v) එක් පහසුකමක් පමණක් ඇති නිවාස ගණන කීය ද?

පාරිභාෂික ශබ්ද මාලාව

අ

අංගසම	ஒருங்கிசைவு	Congruent
අනුපාතය	விகிதம்	Ratio
අනුරූප කෝණය	ஒத்த கோணம்	Corresponding angle
අනුරූප පාද	ஒத்த பக்கம்	Corresponding sides
අනුලෝම සමානුපාතිකය	நேர்விகித சமன்	Direct proportion
අභ්‍යන්තර කෝණය	அகக் கோணம்	Interior angle
අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණය	அகத்தெதிர்க் கோணம்	Interior opposite angle
අරය	ஆரை	Radius

එ

එකතු කළ අගය මත බදු	பெறுமதி சேர்க்கப்பட்ட வரி	Value added tax

ක

කර්ණය	கால்	Hypotenuse
කාර්තුව	காலாண்டு	Quarter
කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය	பொது மடங்குகளுட் சிறியது	Least Common Mutiple
කේන්ද්‍ර කෝණය	ஆரைச்சிறைக் கோணம்	Angle at the Centre
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	ஆரைச்சிறை	Sector

ඍ

ඍජුකෝණය	செங்கோணம்	Right angle
ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණය	செங்கோண முக்கோணி	Right angled triangle

ච

චතුරස්‍රය	நாற்பக்கல்	Quadrilateral
චාපය	வில்	Arc
චාප දිග	வில்லின் நீளம்	Length of arc

ඡ

ඡේදනය	இடைவெட்டு	Intersection

ත

තල රූපය	தள உருவம்	Plane figure
තීරු බදු	சுங்க வரி	Custom duty
තුල්‍ය භාග	சமவலுப்பின்னம்	Equivalent Fractions
ත්‍රිකෝණය	முக்கோணி	Triangle
ත්‍රිකෝණයක අංග		Elements of a Triangle
ත්‍රිපද වර්ගජ ප්‍රකාශන	மூவுறுப்பு இருபடி கோவை	Trinomial Quadratic Expression

ද

දශම සංඛ්‍යා	தசம எண்கள்	Decimal numbers
ද්විපද ප්‍රකාශන	ஈருறுப்புக் கோவை	Binomial Expressions

ප

පරිමිතිය	சுற்றளவு -	Perimeter
පළමුවන සන්නිකර්ෂණය	முதலாம் அண்ணளவாக்கம்	First approximation
පොදු හරය	பொதுப்பகுதி	Common Denominator
පොලී අනුපාතිකය	வட்டி வீதம்	Interest rate
පූර්ණ සංඛ්‍යා	முழு எண்கள்	Whole numbers
පූර්ණ වර්ගය	நிறை வர்க்கம்	Perfect square
ප්‍රතිලෝම සමානුපාතිකය	நேர்மாறு விகிதசமன்	Indirecd proportion
ප්‍රතිමුඛ කෝණ	குத்தெதிர்க் கோணங்கள்	Vertically opposite angle
ප්‍රතිශතය	சதவீதம்	Percentage
ප්‍රමේයය	தேற்றம்	Theorem
ප්‍රත්‍යක්ෂ		Axioms
ප්‍රසාරණය	விரிவு	Expansion

බ

බදු	வரி	Tax
බාහිර කෝණය	புறக் கோணம்	Exterior angle

ම

මුල් මුදල	முதல்	Principal value

ල

ලම්බය	செங்குத்து	Perpendicular
ලම්බ සමච්ඡේදකය	இரு சமவெட்டி செங்குத்து	Perpendicular Bisector
ලවය	தொகுதி	Numerator

ව

වට ප්‍රස්තාර	வட்ட வரைபுகள்	Pie charts
වර්ගඵලය	பரப்பளவு	Area
වර්ගජ සමීකරණය	இருபடிக் கோவை	Quadratic equation
වර්ගමූලය	வர்க்கமூலம்	Square root
වර්ග දෙකක අන්තරය	இரண்டு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம்	Difference of two squares
වර්ග සංඛ්‍යා	வர்க்க எண்கள்	Square numbers
වර්ගායිතය	வர்க்கித்த	Square
වරිපනම් බදු	மதிப்பீட்டு வரி	Rates
වාර්ෂික වටිනාකම	வருடாந்த பெறுமதி	Annual Value
විකර්ණය	மூலைவிட்டம்	Diagonal
විධිමත් සාධනය	முறையான நிறுவல்	Formal proof
විසඳුම	விடை	Solution
විහිත චතුරස්‍රය	மூலைமட்டம்	Setsquare
වීජීය පද	அட்சரகணித உறுப்புக்கள்	Algebraic terms
වීජීය ප්‍රකාශන	அட்சரகணிதக் கோவை	Algebraic Expressions
වීජීය භාග	அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்	Algbraic Fractions

පාඩම් අනුක්‍රමය

පෙළපොතේ පරිච්ඡේදය	ගුරුමාර්ගෝපදේශයේ පාඩම් අංකය	කාලච්ඡේද ගණන
1 වාරය		
1. පරිමිතිය	1	4
2. වර්ගමූලය	2	4
3. භාග	3	4
4. ද්විපද ප්‍රකාශන	4	4
5. අංගසාම්‍යය	5	5
6. වර්ගඵලය	6	4
7. වර්ගජ ප්‍රකාශනවල සාධක	7	4
8. ත්‍රිකෝණ I	8	} 10
9. ත්‍රිකෝණ II	8	
10. ප්‍රතිලෝම සමානුපාත	9	5
11. දත්ත නිරූපණය	10	3
12. වීජීය ප්‍රකාශනවල කුඩා පොදු ගුණාකාරය	11	4
2 වාරය		
13. වීජීය භාග	12	4
14. ප්‍රතිශත	13	7
15. සමීකරණ	14	8
16. සමාන්තරාස්‍ර I	15	7
17. සමාන්තරාස්‍ර II	16	9
18. කුලක	17	8
19. ලඝුගණක I	18	5
20. ලඝුගණක II	19	5
21. ප්‍රස්තාර	20	9
22. ශීඝ්‍රතාව	21	5
23. සූත්‍ර	22	3
3 වාරය		
24. සමාන්තර ශ්‍රේඪී	23	7
25. වීජීය අසමානතා	24	6
26. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති	25	10
27. වෘත්තයක ජ්‍යා	26	6
28. නිර්මාණ	27	10
29. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව	28	9
30. සම්භාවිතාව	29	8
31. වෘත්තයක කෝණ	30	8
32. පරිමාණ රූප	31	5